PRINCIPES D'HYDRAULIQUE, VÉRIFIÉS PAR UN GRAND NOMBRE D'EXPÉRIENCES...

8

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE.

TOME SECOND.

Les deux volumes se vendent 12 livres brochés,

A PARIS,

Chez THEOPHILE BARROIS le jeune, Libraire, Quai des Augustins, N°. 18.

C - 1

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE,

VÉRIFIÉS

Par un grand nombre d'Expériences faites par ordre du Gouvernement.

OUVRAGE dans lequel on traite du mouvement uniforme & varié de l'eau dans les Rivières, les Canaux, & les Tuyaux de conduite; de l'origine des Fleuves, & de l'établissement de leur lit; de l'effet des Ecluses, des Ponts & des Reversoirs; des Jets-d'eau; de la Navigation tant sur les Rivières que dans des Canaux étroits; de la résistance des Fluides en général; & de celle de l'Air & de l'Eau en particulier.

Par M. le Chevalier DU BUAT, ancien Chevalier de l'Ordre de Saint Jean de Jerusalem, Chevalier de l'Ordre Royal & Militaire de Saint Louis, Lieutenant-Colonel au Corps Royal du Génie.

Ut tandem Philosophia & Scientiæ solidis experientiæ nitantur fundamentis. (BACON.)

NOUVELLE ÉDITION, revue, & considérablement augmentée.

TOME SECOND.

A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE MONSIEUR.

M. DCC. LXXXVI.

II

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE.

SECONDE PARTIE.

EXPÉRIENCES ET RÉFLEXIONS SUR LE MOUVEMENT UNIFORME ET VARIÉ DE L'EAU.

SECTION PREMIERE.

Expériences sur le mouvement de l'Eau dans des tuyaux, les canaux & les rivières.

CHAPITRE PREMIER.

Sur la dépense & la viteſſe de l'Eau & de différentes liqueurs, dans des tuyaux d'un petit diamètre.

334. LES expériences ſur le mouvement de l'eau & des autres liqueurs, dans des tuyaux d'un petit

diamètre, ſont ſi faciles á faire, ſi peu frayeuſes, & d'un appareil ſi peu gênant, qu'il n'y a aucun phyſicien qui ne puiſſe les faire dans ſon cabinet. C'eſt ce qui augmente la confiance avec laquelle je dois rapporter ici celles que nous fîmes pendant l'été de l'année 1782: elles paroîtront auſſi neuves qu'intéreſſantes. On avoit, juſqu'à préſent negligé d'en faire de cette eſpèce, ſoit par la crainte qu'on avoit que le mouvement du fluide ne fût trop alteré par l'attraction des tuyaux, ſoit qu'on n'eût pas remarqué que c'étoit le ſeul moyen facile de ſoumettre à l'expérience les plus grandes pentes poſſibles, en conſidérant toute la partie de la hauteur verticale qui eſt employée à vaincre la reſiſtance, comme la pente du tuyau ſur toute ſa longueur.

Objet de ces expériences.

335. Elles étoient néceſſaires, 1°. pour trouver la généralité de la loi du mouvement dans les plus grandes pentes, & dans les plus petites ſections: 2°. pour donner une idée de la fluidité de différens liquides; car on manquoit d'expériences en ce genre, quoiqu'on ſoupçonnât bien que toutes les liqueurs ne pouvoient pas ſe mouvoir avec la même viteſſe, à cauſe des différentes propriétés de leurs parties conſtituantes: 3°. pour connoître d'une manière directe le mouvement de l'eau dans dans des tuyaux d'un petit diamètre,

Digitized by Google

tels qu'on peut avoir occaſion d'en employer pour dériver d'une conduite nourricière différens filets d'eau, à l'uſage des particuliers d'une ville.

Préparation aux experiences.

336. Le réſervoir entretenu conſtamment plein, étoit un tuyau de fer blanc peint à l'huile, dont le diamètre excédoit un peu 2 pouces, & qui avoit 14 lignes de hauteur ; ſon fond étoit une feuille de fer blanc de 4 pouces en quarré, au pourtour de laquelle étoit ſoudé un bord, de la même hauteur que le tuyau. Du fond du réſervoir ſortoit un tuyau additionnel, vertical ou incliné, de 5 lignes de diamètre, deſtiné à recevoir les tuyaux de verre verticaux ou inclinés. A 6 lignes de hauteur au deſſus du fond du même réſervoir, étoit placé un autre tuyau additionnel, de même diamètre, & de 16 lignes de longueur, qui étoit ſoudé à la paroi du réſervoir, & en même temps au bord du baſſin quarré qui l'entouroit, & qui ſortoit de 5 lignes en dehors : celui-ci devoit recevoir les tuyaux de verre horizontaux. On garniſſoit d'étoupe le bout de ces tuyaux, & on l'introduiſoit dans les tuyaux additionnels, enſorte que l'orifice du tuyau de verre répondit très-juſte ou à la paroi, ou au plan du fond du réſervoir.

Pour ſe procurer des charges différentes, on avoit des tuyaux de fer blanc de différentes hau-

teurs qui s'emboîtoient l'un sur l'autre, & avec le premier qui servoit de base au réservoir : &, afin que le trop plein du réservoir, & la petite filtration qui avoit lieu à l'emboîtement des allonges du réservoir, eussent un écoulement commode, on avoit fait souder dans les quatre coins du fond de la boîte, en dehors de la base du réservoir, quatre petits tuyaux de décharge pour faire écouler le trop plein par celui qui seroit le plus commode. On pouvoit boucher avec des bouchons de liège, non-seulement ceux qui n'étoient pas nécessaires à la décharge, mais encore le tuyau additionnel du fond du réservoir, ou celui de sa paroi, selon que l'expérience devoit se faire avec des tuyaux horizontaux, verticaux ou inclinés.

Tout cet équipage étoit enchâssé & retenu dans une planche de 3 pieds de longueur, sur laquelle étoient couchés les tuyaux, quand ils étoient horizontaux. On assujettissoit cette planche à une hauteur convenable, en travers des marches d'une échelle double. Une règle bien dressée étoit placée & assujettie bien de niveau, deux marches plus haut que l'équipage, dans le même plan vertical que les tuyaux ; elle servoit à mesurer la hauteur de la charge, qui se trouvoit depuis la surface de l'eau qui reversoit pardessus les bords du réservoir, jusqu'à l'extrémité du tuyau par où l'eau s'écouloit. Ainsi on avoit soin, pendant la durée d'une expérience, de verser de la liqueur

dans le réſervoir, enſorte qu'elle débordât conſtamment & de la même manière.

La jauge dans laquelle on recevoit l'eau ou les autres liqueurs, fournies par les tuyaux pendant une minute, étoit une boîte cylindrique de 13 pouces de hauteur, & de 2,9443 de diamètre.

Après avoir varié les charges dans des tuyaux différemment inclinés, ou verticaux, ou horizontaux, d'environ 3 lignes, 2 lignes & 1 ½ ligne de diamètre intérieur, en y faiſant couler de l'eau commune, à la température ordinaire de la ſaiſon où ſe faiſoient les expériences (c'étoit aux mois d'avril & mai), nous uſames de la même eau échauffée à un degré un peu conſidérable, ou, au contraire, refroidie à quelques degrés au deſſus du point de la glace, ou enfin chargée de ſel, à-peu-près comme l'eau de la mer : nous y fîmes auſſi couler de l'eſprit-de-vin & du mercure.

Réſultat des expériences.

337. Voici le réſultat de nos expériences, dans le tableau deſquelles les dépenſes ne ſont point exprimées en pouces cubes. Mais comme elles étoient priſes pendant une minute, dans la jauge dont je viens de parler, on a exprimé la hauteur dont l'eau s'élevoit dans la jauge pendant le même temps; & on en a déduit les viteſſes par ſeconde, en multipliant cette hauteur par le $\frac{1}{60}$ du rapport de la ſection de la jauge à la ſection du tuyau.

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	CHARGE sur le tête du tuyau, exprimée en pouces	HAUTEUR de la dépression mesurée exprimée en pouces.	VITESSE de l'écoulement par seconde exprimée en pouces.	HAUTEURS dues aux vitesses exprimées en pouces.	PENTES supposées.
		lig.	po.			
	Tuyau horizontal de 2,9 ou 0,24166 de diamètre, & de 36,25 de longueur.					
		po.	po.	po.	po.	
1	L'eau ne coulait pas, elle s'écoulait que par l'attraction de l'air extérieur.	0,2083	0,000	0,000	0,000	$\frac{c}{200}$
2	L'eau coule goutte à goutte, après avoir retrogradé sous le tuyau, d'environ un demi-pouce	0,3333	0,9584	2,371	0,01176	$\frac{c}{0,0308}$
3	Même expérience 48.	0,8333	3,1249	7,577	0,141	$\frac{t}{50,36}$
4	. . . . .	1,125	5,1249	12,680	0,3365	$\frac{c}{0,0173}$
5	On fait les expériences 43, 44 & 45. L'eau étoit à 9 ou 10 degrés de chaleur.	2,0833	5,7777	14,295	0,4274	$\frac{r}{1,0896}$
6	. . . . .	2,713	6,7222	16,631	0,5764	$\frac{r}{0,0966}$
7	. . . . .	3,7082	7,9166	19,587	0,8009	$\frac{c}{0,0668}$
8	Ce tuyau étant horizontal, on ancre de 0,90 ligne ou environ en contre-pente de 3 pouces sur la longueur, a donné constamment la même dépense	4,8333	9,2166	22,679	1,0759	$\frac{c}{0,0647}$
9	Vase pour l'expérience 46. L'eau étoit à 9 degrés de chaleur.	4,9166	9,2916	22,989	1,1054	$\frac{c}{0,0664}$
10	Vase pour l'expérience 47. L'eau étoit à 12 degrés de chaleur.	5,0000	9,4583	23,401	1,1455	$\frac{c}{0,0645}$
11	. . . . .	7,3611	11,5833	28,658	1,718	$\frac{c}{0,0537}$
12	. . . . .	9,0833	13,5714	33,577	2,3584	$\frac{c}{0,0479}$
13	. . . . .	20,166	21,0000	51,9556	5,6469	$\frac{c}{0,0496}$
	Même tuyau incliné, avec une charge de 9 pouces 8 lignes à la tête.					
		po.				
14	Charge à la tête . . . 9,6666 Hauteur du tuyau . 7,0333	9,6666	28,625	70,822	10,492	$\frac{3}{0,0342}$
	Charge totale 16,6000					

Nos. des exp.	OBSERVATIONS	CHARGE sur la tête du tuyau, exprimée en onces	HAUTEUR de la dépense par minute exprimée en pouces	VITESSE de l'écoulement par seconde exprimée en pouces	HAUTEURS dûes aux vitesses, exprimées en pouces	PENTES supposées
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
15.	Haut du tuyau vertic. 36,25 po. / Charge à la tête, . . 5,000 / Charge totale, 41,25	5,0000	29,8333	73,811	11,400	1/192144
16.	Charge totale, ... 44,75	8,5000	30,75	76,079	12,10	1/201096
17.	Charge totale, ... 47,916	11,6666	32,75	81,027	13,734	1/216083
18.	Charge totale, ... 48,333	12,0833	33,000	81,646	13,945	1/216814
19.	Charge totale, ... 49,45	14,0000	33,3333	82,471	14,227	1/216063
20.	Charge totale, ... 53,25	17,000	34,33333	85,769	15,398	1/192576
	Tuyau horizontal de lig. 2 *ou* po. 0,16666 *de diamètre ; longueur* po. 36,25.					
21.	. . . . .	2,0416	2,0416	10,600	0,2359	1/2617753
22.	Base pour les expériences 55 & 59. l'eau étoit à environ 14 deg. de chaleur.	5,292	3,8333	19,940	0,8327	1/51123
23.	Base pour les expériences 51 & 56. l'eau etoit à environ 14 deg. de chaleur.	8,875	4,9166	25,430	1,3684	1/41859
24.	Base dans les pér. 52, 53 & 54	15,2916	6,4166	33,378	2,331	1/27748
	Même tuyau, incliné, avec une charge de 5 *pouces* 8 *lignes à la tête.*					
25.	Charge à la tête, . . 5,6666 / Haut. vert. du tuyau, 33,3333 / Charge totale, 33,5000	5,6666	9,8333	51,151	5,1474	1/138529
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
26.	Haut du tuyau vert. 36,25 / Charge à la tête, . . 2,50 / Charge totale, 38,71	2,5000	10,4166	54,186	6,14	1/261167
27.	Charge totale, ... 41,916	5,6666	11,0000	57,220	6,84	1/180348
28.	Charge totale, ... 46,25	9,0000	11,4587	59,605	7,432	1/173584
29.	Charge totale, ... 51,25	15,0000	12,475	64,373	8,67	1/148513

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	CHARGE sur la tête du tuyau, exprimée en pouces	HAUTEUR de la dép. par minut. exprimée en pouces	VITESSE de l'écoul. par seconde exprimée en pouces	HAUTEURS dûes aux vitesses, exprimées en pouces	PENTES supposées
		lig. po.				
	Tuyau horizontal de 1,5 *ou* 0,125 *de diamètre ; longueur,* 34,16666.					po.
		po.	po.	po.	po.	
30.		0,2083	0,0000	0,000	0,0000	$\frac{1}{170,45}$
31.		2,0833	0,7916	7,320	0,1116	$\frac{1}{17,045}$
32.		5,292	1,5833	14,642	0,4484	$\frac{1}{7,0539}$
33	Base pour l'expérience 6; l'eau avoit environ 14 deg. de chaleur.	9,292	2,2777	21,064	0,9394	$\frac{1}{4,0985}$
34.		14,5833	2,8333	26,202	1,4360	$\frac{1}{2,5587}$
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
		po.				
35.	Charge totale, ... 31,33	5,1666	4,500	41 614	3,622	$\frac{1}{3,0774}$
36.	Charge totale, ... 36,666	2,5000	4,5833	42,385	3,1757	$\frac{1}{3,0385}$
37	Charge totale, ... 38,333	4,1666	4,6666	43,156	3,89	$\frac{1}{0,29247}$
38.	Charge totale, ... 42,166	8,0000	5,250	45,468	4,323	$\frac{1}{0,19031}$
	Tuyau vertical de même diamètre, mais plus court.					
39.	Haut. du tuyau vertic. 19,00 po. / Charge à la tête, . . 4 66 / Charge totale, 23,666	4,1666	4,6666	43,153	3,89	$\frac{1}{0,2856}$
40.	Haut. du tuyau vertic. 2,00 / Charge à la tête, . . . 4,166 / Charge totale, 6,166	4,1666	4,6666	43,153	3,89	$\frac{1}{0,2878}$
	Tuyau vertical d'environ $\frac{8}{3}$ *de ligne de diamètre ; longueur,* 12 *pouces.*					
41.		4,1666	0,25	11,704	0,3	$\frac{1}{0,7563}$
42.		1,1250	0,2083	9,753	0,2	$\frac{1}{0,9207}$

Expériences sur le mouvement de différentes liqueurs, à différens degrés de température, & à différentes charges, dans les tuyaux de verre qui ont servi aux expériences précédentes.

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	NOMS des Liqueurs.	DEGRÉS de chaleur au dessus du point de la glace.	CHARGES sur la tête des tuyaux, exprimées en pouces.	HAUTEUR de la dépression exprimée en pouces.	VITESSE par seconde exprimée en pouces.
	Tuyau horizontal de 2,9 *ou* 0,24166 *de diamètre; longueur,* 36,25.	lig. po.				po.
43.	Voyez l'expérience 1.	Eau de pluie.	deg. 3	po. 2,0833	po. 5,2777	po. 13,057
44.	Idem.	Eau filée.	3	2,0833	5,1666	12,7823
45.	Idem.	Eau filée.	11	2,0833	5,2222	12,9197
46.	Voyez l'expérience 9.	Eau filée.	10 à 11	4,9166	9,25	22,8845
47.	Voyez l'expérience 10.	Esprit-de-vin	12	5,0000	7,5833	18,7611
48.	Voyez l'expérience 3.	Mercure.	10 à 12	0,8124	3,75	9,2775
49.	. . . . .	Mercure.	10 à 12	0,9166	4,0833	10,1021
50.	. . . . .	Mercure.	10 à 12	2,1944	6,6111	16,3558
	Tuyau horizontal de 2 *ou* 0,16666 *de diamètre; longueur,* 36,25.	lig. po.				po.
51.	Voyez l'expérience 23.	Eau de pluie.	55	8,875	5,2777	27,455
52.	Voyez l'expérience 24.	Eau de pluie.	30	15,2916	6,9166	35,980
53.	Idem.	Eau de pluie.	36	15,2916	7,0833	36,847
54.	Idem.	Eau de pluie.	56	15,2916	7,2013	37,461
55.	Voyez l'expérience 22.	Esprit-de-vin	12	5,292	2,50	13,005
56.	Voyez l'expérience 23.	Esprit-de-vin	12	8,875	3,8333	19,941
57.	. . . . .	Mercure.	10 à 12	2,125	1,75	9,103
58.	. . . . .	Mercure.	10 à 12	2,7082	3,0	15,606
59.	Voyez l'expérience 22.	Mercure.	10 à 12	5,1666	4,25	22,108
60.	Le tuyau ne coule plus.	Mercure.	10 à 12	0,0555	0,000	0,000
	Tuyau horizontal de 1 $\frac{1}{2}$ *ligne de diamètre; longueur* 34,16666.					po.
61.	Voyez l'expérience 33.	Esprit-de-vin	12	9,292	1,125	10,402

Réflexions sur les expériences précédentes.

338. Il suit, de la comparaison des expériences sur les tuyaux d'un petit diamètre, qu'en général le quarré des viteſſes croît en plus grand rapport que les pentes, ou que les réſiſtances repreſentées par les pentes.

On voit auſſi, comme nous l'avons obſervé (31), que quand les pentes ſont égales, les viteſſes croiſſent comme les racines quarrées des rayons moyens, diminuées d'une quantité conſtante; & rien n'étoit plus propre à trouver ou à vérifier cette loi que ces expériences, dans leſquelles la conſtante $\sqrt{0{,}01}^{po.}$ devient conſidérable par rapports à $\sqrt{r}$.

339. Quand nous avons employé le tuyau vertical de $2{,}9^{lig.}$ de diamètre, la charge qui répondoit à une viteſſe uniforme étoit d'environ $14{,}35^{po.}$; & la viteſſe correſpondante étoit de $82{,}829^{po.}$ Or cette viteſſe étant la même qui répond à une hauteur égale à la charge, il ſuit que la réſiſtance que le tuyau oppoſoit au mouvement de l'eau, étoit vaincue par le poids même de la colonne d'eau contenue dans le tuyau; & qu'ainſi on auroit pu prolonger le tuyau à l'infini, ſuivant la verticale, ſans que la viteſſe fût augmentée. Ainſi dans ce cas, comme dans tous les autres, lorſque le mouvement de l'eau dans un lit quel-

conque, eſt parvenu à une uniformité parfaite, la ſomme de toutes les réſiſtances qu'éprouve la veine fluide, eſt égale à la maſſe du même fluide, multipliée par la pente du lit; & l'on doit entendre que cette ſomme de réſiſtance comprend l'attraction des parois, le frottement, la viſcoſité du fluide, & toute autre reſiſtance, s'il en exiſte.

De même, la charge qui répondoit à la viteſſe uniforme, dans le tuyau vertical de deux lignes, étoit environ $6{,}938^{po.}$, & cette viteſſe étoit $59{,}13^{po.}$

Enfin, la charge qui répondoit à la viteſſe uniforme dans le tuyau vertical d'une ligne & demie, étoit environ $3{,}981^{po.}$; & la viteſſe étoit $43{,}63^{po.}$ Les expériences 19, 27 & 37, approchent beaucoup de ces trois réſultats, qu'il eût été fort difficile de procurer avec des tuyaux d'un pouce ſeulement de diamètre : car on peut voir, en appliquant à un tuyau vertical d'un pouce de diamètre la formule du mouvement uniforme, que la viteſſe qui lui convient eſt de 248 pouces par ſeconde, avec une charge de près de 7 pieds 1 pouce.

Quand on augmente les charges, & par conſéquent les viteſſes, dans des tuyaux verticaux, comme dans les expériences 20, 29 & 38, les réſiſtances deviennent plus grandes que le poids des colonnes d'eau contenues dans ces tuyaux.

340. On ne trouve dans les auteurs qu'une ſeule expérience ſur des tuyaux d'un petit diamètre ; c'eſt dans le Traité du Mouvement des Eaux de M. Mariotte, 3e part. 2e diſcours ; & encore n'a-t-elle pas toute la préciſion qu'on pourroit deſirer. Ayant entretenu l'eau d'un réſervoir à 1 pied de hauteur au deſſus du fond, il y adapta un tuyau vertical de 3 pieds de longueur, qui avoit 3 lignes de diamètre au bout ſupérieur, & de 3 $\frac{1}{2}$ lignes au bout inférieur. Il prétend qu'un ſimple orifice de 3 lignes de diamètre, ſous une charge d'un pied, eût donné un peu moins de 4 pintes d'eau par minute ; que ſous une charge de 4 pieds, il eut donné environ 8 $\frac{1}{2}$ pintes ; mais le tuyau ſous la charge d'un pied, lui procura à-peu-près la moyenne proportionnelle entre 4 pintes & 8 pintes $\frac{1}{7}$.

Sans examiner avec lui la cauſe de cet effet, ſoumettons, le mieux qu'il nous ſera poſſible, ſon expérience à notre formule : nous ne rechercherons pas quel eſt le tuyau uniforme qui eût donné la même dépenſe que celui-ci. Les deux diamètres extrêmes ne différant pas beaucoup, nous ne pouvons pas nous éloigner de la vérité, en prenant une réduite entre les viteſſes & les rayons moyens. La pinte employée par M. Mariotte, eſt de 36 au pied cube, ou de 48 pouces cubes : ainſi, la dépenſe par minute, moyenne entre 4 pintes & 8 $\frac{1}{7}$, eſt de $6{,}1^{\text{pintes.}}$, ou de $4{,}88^{\text{po.}}$

cubes par seconde. La viteſſe au bout ſupérieur, étoit donc de 99,38 po.; celle du bout inférieur, de 73,18 po.; & la moyenne, de 86,28 po. Les rayons moyens extrêmes, ſont de 0,0625 po., & 0,0729166 po., qui donnent 0,0677083 po. pour moyenne. Or, ſi on combine, ſuivant la formule, ce rayon moyen avec les hauteurs de la charge & du tuyau, on trouvera $b=1,10429$; & la viteſſe calculée devient 85,83 po., qui diffère très-peu de celle d'expérience. M. Mariotte ayant retourné le tuyau, trouva la même dépenſe.

341. Avant de faire les deux expériences 41 & 42, ſur le tuyau de $\frac{1}{3}$ de ligne de diamètre, nous ne nous attendions pas à un réſultat auſſi ſatisfaiſant, que celui qu'on trouve en comparant les viteſſes d'expérience aux viteſſes calculées (55). Cependant on peut voir qu'une erreur de $\frac{1}{12}$ de ligne, dans l'eſtimation du diamètre, ſuffit pour rendre raiſon de la différence qu'on y remarque.

Dans les trois autres tuyaux, nous avons remarqué une cauſe de variation, relative à cette eſpèce de lit, que nous n'aurions pas pu faire entrer dans le calcul. Ces tubes étant d'une épaiſſeur plus ou moins grande, en comparaiſon du diamètre intérieur, l'eau étoit fortement attirée par le verre, au ſortir de l'orifice inférieur; & cette attraction diminuoit ſenſiblement les petites viteſſes. On remarque en effet que toutes les viteſſes

au dessous de 9 pouces, sont trop foibles. Quand les tuyaux de 1,5 & de 2,9 étoient horizontaux, l'eau cessoit d'y couler à une charge de 2 $\frac{1}{4}$ lignes; mais le contact d'un corps quelconque, comme le bout du doigt, balançant l'attraction du verre, l'eau reprenoit son mouvement. Le tuyau de 2 lignes étoit beaucoup moins épais; & le mouvement n'y cessoit que quand la charge étoit réduite à $\frac{3}{4}$ de ligne. Tous ces effets d'ailleurs pouvoient être plus ou moins sensibles, suivant la manière dont l'extrémité du tuyau étoit taillée.

342. On voit, par les autres expériences du tableau precedent, que l'eau se meut d'autant moins vîte, qu'elle approche davantage d'être au terme de la congélation; & qu'au contraire elle coule beaucoup plus vîte à mesure qu'elle s'en éloigne. L'eau salée coule moins vîte que l'eau douce, à la même température. L'esprit-de-vin coule sensiblement moins vîte que l'eau, à cause de sa viscosité, ou de sa plus grande adhérence aux parois. Mais le mercure, qui, quand il est bien pur, n'est point attiré par le verre, coule plus vîte que l'eau.

CHAPITRE II.

Sur la viteſſe moyenne de l'eau dans des tuyaux de conduite, dont l'extrémité verſe en l'air, ou ſous la ſurface d'un baſſin entretenu conſtamment plein.

343. LES expériences ſuivantes ont été faites avec un tuyau d'un pouce de diamètre; & en cela, elles tiennent le milieu entre celles du chapitre précédent & celles que M. l'abbé Boſſut a faites avec des tuyaux de 16 lignes & de deux pouces de diamètre. Ainſi elles ſervent à compléter le tableau du mouvement de l'eau dans des lits de grandeur variée. Mais nous avons eu, en les faiſant, pluſieurs objets en vue.

Objet des expériences.

344. Ayant à faire pluſieurs expériences dont je rendrai compte dans le chap. 3e, ſur la réſiſtance que les coudes des tuyaux oppoſent au mouvement de l'eau, j'avois beſoin pour cela d'un appareil propre à ces expériences; & j'étois obligé d'en faire de directes ſur le mouvement de l'eau dans des tuyaux droits, afin de comparer ce mouvement à celui qui a lieu dans les tuyaux courbes. D'ailleurs, il nous manquoit des obſervations ſur les grandes & ſur les petites

pentes des tuyaux : car, en étudiant les excellentes expériences de M. l'abbé Boſſut, rapportées au chap. 6e IIe part. de ſon Hydrodynamique, on y remarque que, déduction faite de la charge d'eau néceſſaire pour imprimer la viteſſe dans chaque tuyau, la plus grande pente qu'il ait eſſayée n'eſt que de $\frac{1}{19}$, & la plus petite de $\frac{1}{187}$. Il pouvoit donc, dans le cas où la loi du mouvement de l'eau, entre les limites de ces pentes, ſeroit connue, reſter quelque doute ſi cette loi ſeroit conſtante pour d'autres pentes moindres ou plus grandes. Nous avons ſuppléé ce qui manquoit à cet égard, en eſſayant, ſur un tuyau d'un pouce de diamètre, des pentes variées depuis $\frac{1}{8}$ juſqu'à $\frac{1}{3000}$. Nous en avons commencé auſſi quelques-unes ſur un tuyau de deux pouces de diamètre ; mais elles n'ont pas été finies.

345. Pour toutes ces expériences, il falloit un autre équipage que celui de M. l'abbé Boſſut : car en ſe contentant, comme cet académicien, de faire couler en l'air les tuyaux ſoumis à l'expérience, il eût fallu leur donner une longueur trop conſidérable, pour ſe procurer une pente un peu petite, ſans pouvoir ſe promettre qu'ils coulaſſent toujours pleins. D'ailleurs, il étoit bon de s'aſſurer ſi la dépenſe d'un tuyau eſt la même, ſoit qu'il verſe l'eau en l'air à ſa ſortie, ſoit qu'il aboutiſſe dans un baſſin dont l'eau baigne ſon orifice inférieur : queſtion importante par le grand nombre de ſes applications.

Préparation

Préparation aux Expériences.

346. L'équipage que nous avons employé à ces expériences étoit très-simple ; il consistoit en un réservoir qui devoit être entretenu constamment plein, un bassin dans lequel aboutissoit le tuyau qui tiroit son eau du réservoir, & une jauge pour mesurer la dépense.

Le réservoir étoit une caisse rectangulaire de 17 pouces de largeur, & autant de hauteur sur environ 9 pieds de longueur, faite avec des madriers de 3 pouces d'épaisseur assemblés avec des boulons, & ouverte par dessus. L'un de ses bouts étoit fermé, & on avoit adapté à l'autre un coffre vertical de 4 pieds de hauteur, qui communiquoit librement avec le réservoir. C'est dans une des faces verticales de ce coffre, qu'étoient assujettis des tuyaux additionnels de 1, 2 & 3 pouces de diamètre sur 4 pouces de longueur. Il étoit fait avec des madriers de même épaisseur que ceux du réservoir, sur 17 pouces en quarré; & le haut d'une de ses faces étoit entaillé pour recevoir le bout du réservoir. Le tout étoit assujetti bien de niveau en tous sens, & portoit sur des blocs de bois, placés au bord d'un fossé de la fortification qui étoit plein d'eau.

A 2 pieds de distance de l'extrémité du réservoir opposée au coffre, étoit placée une vanne mobile dans des coulisses, pour la hausser ou la baisser à volonté. C'étoit dans cette première

partie du réfervoir que ſe rendoit & tomboit l'eau élevée par des pompes de bateau qui trempoient dans l'eau du foſſé. De-là elle paſſoit dans la ſeconde partie du réſervoir, par deſſous la vanne qu'on tenoit levée de deux ou trois pouces. Elle perdoit ainſi le mouvement d'ondulation que lui avoient procuré ſa chûte, & le mouvement alternatif des piſtons. La ſeconde partie du réſervoit étoit compriſe entre la vanne dont je viens de parler, & une étamine tendue en travers du réſervoir, à 6 pieds de diamètre de la vanne. L'uſage de cette étamine étoit de retenir les corps étrangers, les feuilles & les roſeaux qui auroient pu monter avec l'eau dans les pompes, & ſe gliſſer dans les tuyaux. Enfin, la dernière partie du réſervoir étoit le haut du coffre dont j'ai parlé. Le ſommet des madriers qui le compoſoient, étoit bien arraſé avec le deſſus de ceux qui compoſoient les bords du réſervoir.

Les tuyaux additionnels fixés dans la paroi du coffre, & dont le bout affleuroit ſa ſurface intérieure, étoient deſtinés à s'emboîter extérieurement dans des tuyaux de conduite : ils étoient ſitués 9 pouces, 18 pouces, 27 pouces & 36 pouces au deſſous du bord ſupérieur du coffre ; ils étoient de fer blanc, ainſi que les tuyaux de conduite ; & on avoit pris les précautions convenables pour que cet emboîtement, & tous ceux qui ſe répétoient de 12 pieds en 12 pieds, ne cauſaſſent point d'altération à l'uni-

formité du diamètre intérieur des uns & des autres.

Les tuyaux de conduite étoient retenus de 6 pieds en 6 pieds à des piquets plantés d'alignement, de niveau sur leur longueur, ou du moins en pente uniforme, pour éviter la résistance des coudes. A chaque emboîtement, où se faisoit la jonction de deux tuyaux, on faisoit une ligature avec une lanière de cuir souple, mouillé d'avance, & serré sur le joint de plusieurs tours de ficelle, ce qui suffisoit pour les rendre très-étanches.

Le bassin où aboutissoient les tuyaux, étoit une caisse de bois ouverte par en haut, & doublée intérieurement de fer blanc. Cette doublure se replioit sur les bords de la caisse, & redescendoit ensuite pour former une gouttière environnante sur trois côtés de la caisse. Cette gouttière, qui avoit de la pente vers un seul débouché, etoit destinée à conduire dans la jauge toute l'eau fournie par le tuyau, qui reversoit par dessus les bords du bassin. La longueur de ce bassin étoit de 3 pieds, sa largeur d'un pied, & sa profondeur de 9 pouces. A l'un de ses bouts étoient adaptés & soudés trois tuyaux additionnels, dont les diamètres étoient 1, 2 & 3 pouces, & dans l'un desquels s'emboîtoit le tuyau de conduite sur lequel on opéroit. Les deux autres étoient bouchés avec des tampons de liége, pour servir à leur tour. Le madrier, à travers lequel passoient ces tuyaux additionnels, s'élevoit plus haut que

les trois autres faces de la caiſſe, afin que l'eau n'y pût pas reverſer, & la gouttière ne commençoit qu'aux deux angles du baſſin attenans.

Enfin, au milieu d'une des longues faces du baſſin, & près du fond, on avoit ſoudé, avec la doublure de fer blanc un tuyau de 2 pouces de diamètre, & de 5 pouces de longueur, qui ſe fermoit extérieurement avec un bouchon de liége, & qui n'étoit tenu ouvert que dans les expériences où on faiſoit couler en l'air l'eau de la conduite. Dans ce cas, la gouttière ne ſervoit pas, mais l'eau étoit reçue dans la jauge placée ſous les extrémités de ce tuyau de décharge. Nous avions deux jauges d'un pied quarré de baſe, & de 3 pieds de hauteur, doublées auſſi en fer blanc, & dont nous avions meſuré la capacité exacte. Je me ſuis étendu ſur la deſcription de cet appareil, parce que c'eſt le même qui nous a ſervi pour les expériences des tuyaux coudés.

347. Le baſſin ne devoit ordinairement ſervir que pour les expériences où la pente étoit petite: car pour les autres, on recevoit immédiatement l'eau dans la jauge à la ſortie du tuyau de conduite, en la faiſant paſſer par une chauſſe de cuir, pour amortir l'impétuoſité du jet.

L'opération la plus délicate étoit de s'aſſurer exactement de la charge d'eau des tuyaux dans chaque expérience: c'étoit une choſe très-facile avec notre appareil. Après avoir fait agir les pom-

pes, pour remplir en partie le réservoir, afin que l'entrée des tuyaux fût baignée, on laissoit couler l'eau dans le bassin par le tuyau de conduite, jusqu'à ce que le niveau se fût établi de lui-même; & quand on s'étoit assuré que la surface de l'eau ne s'élevoit plus dans le bassin, on comparoit cette surface avec les bords supérieurs du réservoir & du bassin; ce qui donnoit la pente exacte qu'il y avoit de l'un à l'autre. Cette pente étoit la mesure de la charge du tuyau; parce que, pendant toute la durée d'une expérience, les pompes devoient nourrir l'eau du réservoir, au point de la faire constamment verser par dessus ses bords, de la même manière que le tuyau de conduite nourrissoit l'eau du bassin, au point de la faire verser de même par dessus ses bords soumis à un niveau parfait.

Quant aux grandes charges, elles étoient mesurées avec la même précision, au moyen d'un tuyau coudé en équerre, qui s'ajoutoit à l'extrémité du tuyau de conduite, sans se servir du bassin. On rempliſſoit le réservoir jusqu'à ce que l'eau y fût de niveau avec le sommet de la tige montante du coude, l'eau communiquant de l'un à l'autre par le tuyau de conduite; & on ajoutoit ensemble la hauteur qui se trouvoit depuis le bord supérieur du réservoir jusqu'à son eau, avec la hauteur mesurée depuis l'axe du tuyau à son extrémité inférieure, jusqu'au sommet de la tige du coude en équerre. On tenoit néanmoins compte

d'environ une ligne de plus pour l'épaiſſeur de la nappe d'eau qui paſſoit ſur les bords du réſervoir.

C'eſt de cette manière, & en prenant d'ailleurs toutes les précautions convenables pour meſurer exactement la durée de l'écoulement, la hauteur de la charge, & les dépenſes, qu'ont été faites les expériences dont voici le tableau.

348. *Tableau d'expériences ſur les dépenſes d'un tuyau droit d'un pouce de diamètre, à différentes longueurs & à différentes charges.*

Nos. des exp.	TUYAU pc. coulant à 14,5 ſous l'eau, ou en l'air	CHARGE du tuyau, exprimée en pouces	DÉPENSE par minute, exprimée en pouces cubes	VITESSE moyenne par ſeconde, exprimée en pouces	HAUTEUR de la charge due à la vîteſſe d'expérience	PENTE ſuppoſée.
		Longueur du tuyau, 737 pouces.				
		po	po.	po	po.	
62.	Sous l'eau	0,15	74,9	1,589	0,005	$\frac{1}{5084,76}$
63.	Sous l'eau.	0,5	170,79	3,623	0,027	$\frac{1}{1338,7}$
64.	Sous l'eau.	4,2	492,02	10 436	0,2278	$\frac{1}{285,54}$
65.	Sous l'eau	5,93	627,48	13,315	0,37	$\frac{1}{215,53}$
66.	Sous l'eau.	7,78	712,14	15,112	0,4773	$\frac{1}{200,86}$
67.	En l'air	8,96	767 39	16,284	0,55	$\frac{1}{87,95}$
68.	Sous l'eau	8,96	783,43	16,625	0,58	$\frac{1}{87,94}$
69.	En l'air	12,32	942,05	19,991	0 83	$\frac{1}{64,54}$
70.	En l'air.	13,70	988 21	20,970	0,92	$\frac{1}{57,88}$
71.	En l'air	14,60	1029,9	21,856	1,0	$\frac{1}{54,3}$
72.	Sous l'eau.	23,70	1351,0	28,669	1,76	$\frac{1}{33,59}$
		Longueur du tuyau, 138,5.			po	
73.	Sous l'eau.	0,70	409,39	8,689	0,158	$\frac{1}{215,55}$
74	Sous l'eau.	6,00	1382,68	29,341	1,80	$\frac{1}{33,57}$
75	Sous l'eau.	20,95	2771,28	58,808	7,23	$\frac{1}{10,09}$

Nos des exp.	TUYAU coulant à 4,56 po. sous l'eau, ou en l'air.	CHARGE du tuyau, exprimée en pouces	DÉPENSE par minute, exprimée en pouces cubes.	VITESSE moyenne par seconde, exprimée en pouces	HAUTEUR de la charge due à la vitesse d'expérience	PENTES supposées.
	Longueur du tuyau, 117 pouces.					
		po.	po.	po.	po.	
76.	En l'eau.	18,0	2747,8	58,310	7,144	$\frac{1}{18,77}$
77*	En l'air.	$26\frac{2}{3}$	3360,0	71,301	10,62	$\frac{1}{77,74}$
78.	En l'air.	36,0	4002,93	84,945	15,095	$\frac{1}{9,596}$
	Longueur du tuyau, 24 pouces ; le régime irrégulier.					
79.	En l'air.	9,0	2893,1	59,247		
80.	En l'air.	18,0	4000,0	84,848		
81.	En l'air.	27,0	5017,08	106,453		
82.	En l'air.	36,25	5779,2	122,59		
	Longueur du tuyau, 4 pouces.					
83.	En l'air.	27,083	5594,46	118,67		
	Tuyau de 2 pouces de diamètre ; longueur po. 255,25.					
84.	En l'air.	$16,\frac{1}{3}$	11073,0	58,72		
85.	En l'air.	36,35	16275,2	86,308		

* On s'eſt apperçu, après avoir fait l'expérience 77, que l'entrée du tuyau avoit été rétrécie par accident ; ce qui fait juger que la dépenſe & la viteſſe d'expérience y ſont un peu plus petites qu'elles ne devroient l'être.

Réflexions sur les expériences précédentes, & en général sur celles des tuyaux de conduite ordinaires.

349. Dans les expériences du tuyau d'un pouce, nous avons mis l'attention la plus scrupuleuse pour déterminer exactement la charge. Quand nous faisions couler le tuyau en l'air, cette charge étoit la différence de niveau entre la surface de l'eau du réservoir, & le centre de l'orifice inférieur du tuyau; mais, quand il couloit sous l'eau, la charge répondoit à la différence de niveau, entre les surfaces de l'eau des deux bassins.

Nous n'avons point apperçu de différence sensible entre la dépense ou la vitesse de l'écoulement dans ces deux cas: car, quoiqu'il paroisse que le tuyau sous l'eau, expér. 68, ait un peu plus dépensé que celui de l'expérience 67, où la charge étoit la même, on n'en peut pas conclure que l'une des deux manières donne plus de dépense que l'autre, parce que nous avons observé qu'il se faisoit, pendant l'expérience 67, une petite perte à un des emboîtemens; & que d'ailleurs la différence se trouve en sens contraire de celle qu'on concluroit par le raisonnement. En comparant dans le tableau (55) les vitesses d'expérience avec les vitesses calculées par la formule, on ne remarque pas de différences affectées en plus ou en moins, dans les expériences

où le tuyau couloit de l'une ou de l'autre de ces manières. Ainſi, il paroît qu'on peut conclure qu'il eſt indifférent qu'un orifice quelconque ſoit plongé ſous l'eau ou ne le ſoit pas, pour faire une dépenſe conſtante, pourvu qu'il coule plein, & que la charge, exprimée comme on vient de le dire, ſoit la même dans les deux cas. On tire encore des expériences qu'on vient de voir, la preuve que la preſſion n'influe point ſur la réſiſtance de l'eau qui coule dans un lit. Autrement, le tuyau ſous l'eau auroit dû dépenſer moins que l'autre. Mais cette vérité ſera encore mieux établie par les expériences ſur les ſyphons.

La comparaiſon des expériences 75 & 76, 72 & 74, fait voir que quand la partie de la charge, employée à vaincre la réſiſtance de deux tuyaux de même diamètre, mais de différentes longueurs, eſt proportionnelle à ces longueurs; les viteſſes y ſont égales & réciproquement: ce qui montre que cette partie de la charge, uniquement employée à vaincre la réſiſtance dans le tuyau, peut être conſidérée comme une pente ſur ſa longueur; & que, quand les pentes priſes de cette manière ſont égales, les viteſſes le ſont auſſi. D'où il ſuit que quand deux tuyaux de même diamètre & de longueurs différentes, auront l'un & l'autre une même pente $\frac{1}{n}$, ou qu'ils ſeront verticaux, ils auront même viteſſe, pourvu qu'ils aient l'un & l'autre la charge néceſſaire pour imprimer cette viteſſe. Réſultat ſurprenant,

puiſqu'il faut qu'alors la réſiſtance totale du tuyau ſoit conſtamment égale au poids de la colonne d'eau qu'il contient. Ce phénomène hydraulique eſt donc conforme au raiſonnement, en même temps qu'il eſt avoué par l'expérience que nous en avons faite (339) ſur des tuyaux d'un petit diamètre.

350. Les viteſſes que nous avons obtenues à de très-petites pentes, détruiront ſans doute le préjugé qu'on avoit à cet égard, faute de s'être aviſé de faire dégorger dans l'eau l'extrémité du tuyau. Par ce moyen nous étions aſſurés que quelque petite que fût la charge, le tuyau couloit toujours plein ; ce qui n'arrive pas quand il verſe en l'air, & que ſa charge eſt très-petite. En effet, M. l'abbé Boſſut a trouvé qu'un tuyau horizontal de 16 lignes de diamètre, ne couloit que goutte à goutte, quand, pour une longueur de 180 pieds, la charge ne montoit qu'au ſommet de diamètre vertical, ce qui répond à 8 lignes de charge, en comptant juſqu'à l'axe. Cependant, s'il eût coulé ſous l'eau avec les mêmes données, ou s'il eût été ſeulement recourbé en gueulebée, il auroit fourni 3 pouces cubes & demi par ſeconde. Nous avons remarqué qu'il n'eſt pas toujours aiſé de s'appercevoir ſi un tuyau qui verſe en l'air coule parfaitement plein, ſur-tout quand la viteſſe eſt médiocre, & le tuyau un peu gros. Il y a d'autres cas au contraire où l'avantage ſeroit pour un tuyau qui ne couleroit pas plein,

parce que l'augmentation de la pente & du rayon moyen peut influer davantage ſur la viteſſe que la diminution relative de la ſection. C'eſt une ſuite de la propriété de la forme circulaire. Nous aurions deſiré rapporter à ce ſujet une expérience dans laquelle, après avoir fait couler ſous l'eau le tuyau d'un pouce, avec une petite charge, nous le fimes enſuite couler en l'air avec la même charge à ſa tête ; & il nous donna alors un peu plus de dépenſe, quoiqu'à l'extrémité inférieure l'eau ſe fût abaiſſée juſqu'auprès de l'axe : mais nous en avons égaré les réſultats, que nous ne jugions pas alors devoir être intéreſſans.

351. Quoi qu'il en ſoit, quand on n'aura, dans la pratique, qu'une petite pente à donner à un tuyau, il ſera toujours plus prudent de le faire degorger ſous l'eau, ou du moins de recourber ſon extrémité inférieure en gueulebée horizontale, pour l'obliger à couler toujours plein ; bien entendu qu'on adoucira le coude que cette opération occaſionne.

Nous avons borné à un aſſez petit nombre nos expériences ſur les tuyaux de conduite ; & même celles que nous avons faites ſur les tuyaux courts d'un pouce de diamètre, & ſur celui de 2 pouces, dont la longueur eſt bornée à 21 pieds 3 pouces 3 lignes, ne peuvent pas ſe rapporter à notre théorie, parce que le régime de l'eau n'y étoit pas encore parvenu à l'uniformité ;

mais il eût été superflu de répéter les expériences déja faites par M. l'abbé Bossut, à l'exactitude & à la precision desquelles on ne peut rien ajouter. Nous en avons fait usage dans le tableau général rapporté ci-devant (55); & elles nous ont été du plus grand secours pour trouver la marche de la résistance, comparée à la viteſſe, & à la grandeur des lits.

352. C'eſt ici le lieu d'avertir que notre théorie ne doit point s'appliquer aux conduites des tuyaux qui ne coulent pas pleins, comme cela arrive principalement à ceux qui, étant inclinés, ont une charge moindre que la hauteur dûe à la viteſſe uniforme relative à leur pente & à leur diamètre. M. l'abbé Bossut a fait couler un tuyau de 16 lignes de diamètre, incliné à la pente $\frac{1}{8.8}$ avec une charge de 10 pouces à la tête. Son but étoit de connoître à quelle pente ce tuyau auroit donné la même dépenſe à toutes longueurs. Suivant notre théorie, la réponſe à cette queſtion eſt bien ſimple: cela auroit lieu à toutes ſortes de pentes, pourvu que la charge ſur la tête du tuyau ſoit égale à la hauteur dûe à la viteſſe: ce qui rentre dans le cas d'une rivière. Mais la pente que M. l'abbé Bossut avoit adoptée devant donner une viteſſe dont la hauteur dûe étoit d'environ 12 pouces, tandis que la charge réelle n'étoit que de 10 pouces, la viteſſe à l'origine n'étoit dûe qu'à 10 pouces de hauteur. Ainſi, la pente tendoit à augmenter cette viteſſe; ce

qui ne pouvoit arriver que par la diminution de la ſection, c'eſt-à-dire, quand le tuyau ceſſoit de couler plein. Il peut, à la vérité, ſe faire que dans ce cas, c'eſt-à-dire, quand les charges ſont trop petites, les parties inférieures entraînent les ſupérieures, & accélérent leur mouvement, par l'effet de la viſcoſité de l'eau, & de la preſſion de l'atmoſphére, qui s'oppoſe à la formation d'un vide dans le tuyau. La viteſſe dûe á la charge peut donc, augmenter un peu, ſur-tout ſi les tuyaux ſont fort longs. Mais cette augmentation doit être peu ſenſible dans les gtos tuyanx, dans leſquels la ſection peut s'abaiſſer librement, & donner lieu á un courant d'air dans la partie ſupérieure. Cela arrivera plus aiſément s'il y a quelque ouverture dans la patoi ſupérieure du tuyau, comme l'avoit fait M. l'abbé Boſſut. Loin que l'eau tendît à ſortir par une pareille ouverture, & qu'elle y exerçât une preſſion, l'air extérieur devoit y entrer. Mais quand les tuyaux ſont d'un petit diamètre, il n'eſt guère poſſible que l'eau quitte la paroi ſupérieure, & livre un paſſage à l'air au deſſus d'elle. Ainſi leur dépenſe ſe réglera, non ſur la charge à la tête, mais ſur la hauteur entière du réſervoir, & elle rentrera dans la régle génétale.

353. M. Couplet donna dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1732, des recherches ſur le mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite, fondées ſur les expériences

qu'il avoit faites lui-même sur les conduites d'eau de Versailles. La plupart des tuyaux qu'il employa étoient trop défectueux pour qu'on puisse compter sur leurs résultats. Le déchet dans la dépense y est considérable, & peut s'attribuer à deux causes relatives aux sinuosités. De son aveu, il n'y avoit presque point de ventouses aux angles supérieurs. On sait néanmoins que cette précaution est indispensable pour prévenir la stagnation de l'air qui s'y cantonne. Les angles inférieurs étoient vraisemblablement encombrés de dépôts terreux amassés à la longue. Ces deux causes réunies concouroient à diminuer la section, & par conséquent aussi la dépense, indépendamment du choc que l'eau éprouvoit contre les coudes des sinuosités, qui étoient très-brusques. Tous ces inconvéniens étoient moindres dans le tuyau de 5 pouces; & M. Couplet le jugeoit sans doute le meilleur, puisqu'il a pris à tâche d'en varier les charges, afin de s'y procurer six expériences différentes. Toutes les six présentent effectivement des résultats conformes à la théorie, & les vitesses étoient assez petites pour rendre insensible la résistance des coudes. On pourroit s'étonner que, dans quelques-unes, les vitesses calculées (55) surpassent celles de l'expérience. Mais il faut observer que M. Couplet se servoit, pour mesurer les dépenses, d'une jauge qui ne contenoit que 896 pouces cubes; & que le temps nécessaire pour la remplir n'étant que de quelques

ſecondes, il pouvoit aiſément ſe tromper à l'égard de la dépenſe. Le tuyau de 18 pouces de diamètre ne préſente non plus que des ſinuoſités bien adoucies. On peut voir les profils de ces tuyaux, Mém. de l'Acad. année 1732; ou Archit. Hydr. liv. 3. chap. 2.

CHAPITRE III.

Sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux coudés : expériences pour fonder une théorie ſur les ſinuoſités des rivières.

354. QUAND une rivière a des ſinuoſités, comme cela arrive preſque toujours, il y a lieu de croire que leur effet eſt de troubler, à chaque coude, l'uniformité qui auroit lieu dans un lit direct, & de rendre plus grande la ſeule dimenſion qui puiſſe être ſenſiblement variable, à raiſon des coudes, je veux dire la profondeur du courant ou la ſection. L'uniformité de la pente peut bien eſſuyer des altérations locales, & la ſurface du courant devenir une ſuite de plans différemment inclinés, à raiſon de la différente réſiſtance. Mais l'effet réſultant de la ſomme de ces réſiſtances eſt néceſſairement une perte quelconque de la viteſſe qui auroit lieu dans un lit égal, s'il étoit droit.

Objet des expériences sur les tuyaux coudés.

355. On sent bien qu'il y auroit des difficultés extrêmes à faire des expériences directes sur la résistance des sinuosités des rivières. Il est si facile de se tromper sur la mesure des pentes, les sinuosités sont souvent si irrégulières, la mesure de la vitesse moyenne si difficile à saisir dans un courant fréquemment réfléchi par des rives, qu'il y auroit de la témérité d'en entreprendre une suite suffisante ; ou du moins, si on osoit les tenter, les résultats seroient si délicats qu'on n'en pourroit rien tirer de certain pour fonder une théorie.

Nous avons donc cru que, comme la loi du mouvement uniforme de l'eau ne se rend nulle part plus facile à saisir que dans les tuyaux de conduite, il en devoit être de même pour celle-ci, qui peut se montrer régulière dans son irrégularité, & donner une marche d'autant plus certaine, qu'on a dans les tuyaux plus de facilité de varier les expériences, & de mesurer les pentes & les dépenses.

C'est une méthode excellente, dans la recherche des vérités obscures & difficiles, de supposer une théorie préexistante, fondée sur les principes les plus probables, d'après laquelle on détermine le choix de quelques expériences très-directes,

directes, & propres à mettre en évidence la fausseté ou l'exactitude des principes qu'on a supposés. Nous avons suivi cette méthode en comparant, à vitesses égales, les charges de deux tuyaux, dont l'un est droit & l'autre coudé, & en faisant trois suppositions qui paroissent conformes à la nature des choses. La première, que la résistance d'un coude dans un tuyau, peut être représentée par une charge quelconque employée à la vaincre. La seconde, que cette charge n'est régulière & appréciable que quand la masse de la veine fluide, après avoir choqué l'arrondissement du coude, est réfléchie dans la partie suivante qu'on suppose droite, en faisant l'angle de réflexion égal à celui d'incidence; & la troisième, que la résistance ou le choc est proportionnelle au quarré du sinus de l'angle d'incidence, ou de réflexion.

Ces suppositions sont conformes aux lois ordinaires du mouvement, & à la théorie communément reçue : il reste à voir si l'expérience les avoue ou les contredit. Pour cela, nous avons choisi les moyens qui suivent.

Préparations aux expériences.

356. On a d'abord choisi trois angles de bricole ou d'incidence, qui fussent tels, que les quarrés de leurs sinus fussent en progression géométrique double; & on s'est fixé à 24° 34′; 36°, & 56° 14′;

dont les ſinus élevés au quarré ſont 0,172848; 0,345485, & 0,691059, en ſuppoſant le ſinus total égal à l'unité.

Ayant enſuite fixé à 1 pouce & 2 pouces les diamètres des tuyaux qui devoient être ſoumis à l'expérience, on a fait faire les tuyaux coudés ſuivans.

Tuyaux coudés d'un pouce de diamètre.

Fig. 33. N°. 1. Tuyau coudé dont l'arrondiſſement eſt en plomb, & les branches droites en fer blanc, faiſant un angle de coude de 130° 52′, ou un angle au centre de 49° 8′. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt égal à 5,5245 po. On a eu ſoin que la jonction du fer blanc avec le plomb fut faite avec préciſion, ſans bourrelet inférieur ni bavure. Les branches droites ont 8 pouces chacune, & l'angle de bricole eſt de 24° 34′.

N°. 2. Tuyau coudé fait avec les mêmes précautions que le précédent, ſous un angle de coude de 81° 44′, ou un angle au centre de 98° 16′. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt le même qu'au n°. 1; la longueur des branches droites eſt de 6 pouces; & il s'y forme deux bricoles dont l'angle d'incidence eſt de 24° 34′.

N°. 3. Tuyau coudé à deux courbures, ſous un angle de coude de 130° 52′, ou ſous deux angles au centre de 98° 16′, & 49° 8′. Le

rayon des arrondiſſemens eſt le même qu'aux premiers : la longueur des branches droites eſt de 4 pouces. Il s'y forme trois bricoles, dont l'angle d'incidence eſt de 24° 34′.

N°. 4. Tuyau coudé à deux courbures oppoſées & égales, ſous un angle de coude nul, & ſous deux angles au centre, de 98° 16′ chacun. Le rayon des arrondiſſemens eſt le même qu'aux trois premiers. La longueur des branches droites eſt de 1 pied 9 pouces. Il s'y forme quatre bricoles égales, dont les angles d'incidence ſont de 24° 34′.

N°. 5. Tuyau coudé ſous un angle de coude de 108° ; ou un angle au centre, de 72°. Le rayon de l'arrondiſſement intérieur n'eſt que de 2,618 po. La longueur des branches droites eſt de 9 pouces. Il s'y forme une ſeule bricole, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 6. Tuyau coudé ſous un angle de coude de 36 degrés ; ou un angle au centre, de 144°. Le rayon de l'arrondiſſement eſt le même qu'au n° 5. La longueur des branches droites eſt de 7 pouces 6 lignes. Il s'y forme deux bricoles, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 7. Tuyau coudé à deux courbures, ſous un angle de coude, de 108° ; ou deux angles au centre, l'un de 144°, & l'autre de 72°. Le rayon des arrondiſſemens extérieurs eſt le même qu'au n°. 5. La longueur des branches eſt de

6 pouces 6 lignes. Il s'y forme trois bricoles égales, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 8. Tuyau coudé à deux courbures oppoſées & égales, faiſant un angle de coude nul; ou deux angles au centre, de 144° chacun. Le rayon des arrondiſſemens extérieurs eſt le même qu'au n°. 5. La longueur de chaque branche droite eſt de 4 pouces. Il s'y forme quatre bricoles égales, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 9. Tuyau coudé ſous un angle de coude, de 67° 32′; ou un angle au centre, de 112° 28′. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur n'eſt que de 1,1257 p°. La longueur de chaque branche eſt de 9 pouces. Il s'y forme une ſeule bricole, dont l'angle d'incidence eſt de 56° 14′.

N°. 10. Tuyau coudé ſous un angle de coude de 81°; ou un angle au centre de 99°. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt de 1,1257 p°, comme au n°. 9; & la longueur des branches la même. Il ne s'y forme qu'une bricole irrégulière, par laquelle la veine fluide n'eſt pas renvoyée dans l'axe du tuyau inférieur.

Tuyaux coudés, de 2 pouces de diamètre.

N°. 11. Tuyau coudé ſous un angle de coude de 81° 44′; ou un angle au centre de 98° 16′. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt de 11,049 p°; & la longueur de chaque branche eſt

de 13 pouces. Il s'y forme deux bricoles, dont l'angle d'incidence eſt de 24° 34′.

N°. 12. Tuyau coudé à deux courbures, ſous un angle de coude nul, & ſous deux angles, au centre de 98° 16′ chacun. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt de 11,049 po. La longueur des branches droites eſt de 5 pouces chacune. Il s'y forme quatre bricoles égales, dont l'angle d'incidence eſt de 24° 34′.

N°. 13. Tuyau coudé ſous une angle de coude, de 108° ; & un angle au centre, de 72°. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt de 5,236 po. La longueur des branches droites eſt de 19 $\frac{1}{2}$ po. chacune : & il s'y forme une ſeule bricole, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 14. Tuyau coudé à deux courbures oppoſées & égales, ſous un angle de coude nul, & ſous deux angles au centre, de 144° chacun. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur eſt de 5,236 po, comme le précedent. La longueur des branches droites eſt de 11 pouces chacune : & il s'y forme quatre bricoles egales, dont l'angle d'incidence eſt de 36°.

N°. 15. Tuyau coudé ſous un angle de coude, de 67° 32′, & ſous un angle au centre, de 112° 28′. Le rayon de l'arrondiſſement extérieur n'eſt que de 2,2514 po. La longueur des branches droites eſt de 1 pouce 9 lignes chacune : & il

s'y forme une seule bricole, dont l'angle d'incidence est de 56° 14'.

359. J'ai rendu compte, au commencement du 2e chapitre, de l'appareil qui nous a servi à faire les expériences suivantes : je me contenterai d'ajouter que nous avons toujours eu soin que chaque expérience sur les tuyaux coudés, répondît à une expérience sur un tuyau droit, dont la longueur fût égale au développement du tuyau coudé, afin que la résistance, relative au frottement sur la longueur des tuyaux, étant la même dans les deux cas, attendu que la vitesse étoit aussi la même, la différence des charges fût uniquement dûe à la résistance des coudes.

No. des expér.	Nos. des tuyaux coudés	Charges à la tête des tuyaux droits, exprimées en pouces	Charges à la tête des tuyaux coudés, exprimées en pouces	Vitesse par seconde des tuyaux droits, & des tuyaux coudés, exprimée en pouces	Nombre des bricoles, & de degrés des angles d'incidence.	Augmentation de charge, à cause des coudes, pour imprimer la même vitesse.
Tuyaux d'un pouce de diamètre, longueur 24 pouces.						
86.	8.	po. 36,25	po. 41,0	po. 122,59	bric. 4 de 36°	po. 4,75
87.	8.	27,0	30,5	106,453	4 de 36°	3,5
88.	8	18,0	20,33	84,848	4 de 36°	2,33
89.	8	9,0	10,08	59,247	4 de 36°	1,08
Tuyau d'un pouce de diamètre ; longueur, 117 pouces.						
90.	7.	36,0	38,49	84,945	3 de 36°	2,49
91.	6.	36,0	37,5	84,945	2 de 36°	1,5
92.	5.	36,0	36,75	84,945	1 de 36°	0,75
93.	4.	36,0	37,5	84,945	4 de 24°. 34'	1,5

Nos. des expér	Nos. des tuyaux coudés.	Charges à la tête des tuyaux droits, exprimées en pouces.	Charges à la tête des tuyaux coudés, exprimées en pouces	Vitesse par seconde des tuyaux droits, & des tuyaux coudés, exprimée en pouces.	Nombre des briches & de degrés des angles d'incidence.	Augmentation de charge, à cause des coudes, pour imprimer la même vitesse.
		po.	po.	po.	briche	po.
94.	3.	36,0	37,12	84 9 5	1 de 24°. 34′	1,12
95	2.	36,0	36,75	84,945	2 de 24°. 34′	0,75
96.	1.	36,0	36,37	84,945	1 de 24°. 34′	0,37
97	9.	36 0	42,0	84. 45	1 de 56°. 14′	6,0
98.	10.	36,0	41,9	84. 4	1 irreguliere.	5,9
99.	8.	18 0	19,5	58.438	4 de 36°	1,5
100	6.	18.0	18,75	58,436	2 de 36°	0,75
101.	5.	18,0	18 37	58,4 8	1 de 36°	0,37
102	4.	18,0	18,75	58 438	4 de 24°. 34′	0,75
103	9.	18,0	19,5	58.438	1 de 56°. 14′	1,5
104.	8. 7. 6. 5	26,945	32,85	71,59	10 de 36°	5,905

Tuyaux d'un pouce de diamètre ; longueur, po 138,5.

105.	8.	20,95	22,59	58,808	4 de 36°	1,64
106.	8.	6,0	6,41	29,33	4 de 36°	0,41

Tuyau d'un pouce de diamètre ; longueur, 737 *pouces.*

107.	8.	23,7	24,09	28,657	4 de 36°	0,39

Tuyaux de 2 *pouces de diamètre ; longueur,* 255 $\frac{1}{4}$ *pouces.*

108.	14.	16 $\frac{1}{3}$	17 $\frac{8}{3}$	58,72	4 de 36°	1,33
109.	14.	36,35	37,25	86,308	4 de 36°	2,90
110.	11. 12. 13. 14. & 15.	36,35	45,09	86,308	6 de 24°. 34′ 5 de 36°. 1 de 56°. 14′	8,64

Réflexions sur ces expériences.

358. Après ce que nous avons dit ci-devant, (101 & suiv.), il reste peu d'observations importantes à faire sur la résistance des coudes. On

remarque cependant qu'elle eſt moindre à proportion dans les tuyaux courts, c'eſt-à-dire, dans ceux où le régime n'eſt pas encore établi, parce que la viteſſe y eſt plus grande qu'elle ne doit être dans le mouvement uniforme. On remarque principalement cet effet dans les expériences 86, 87, 88 & 89; & dans celles 108 & 109: car, quoique le tuyau de 2 pouces eût 255 $\frac{1}{4}$ pouces de longueur, ſon régime n'étoit pas encore exact. (Voyez le §. 246).

CHAPITRE IV.

Sur le mouvement de l'eau dans les ſyphons: expériences à ce ſujet.

359. Les cauſes qui modifient le mouvement d'oſcillation de l'eau dans les ſyphons, ont beaucoup d'analogie avec celles qui fixent le mouvement uniforme dans les tuyaux de conduite. La réſiſtance altère le mouvement dans les premiers juſqu'à l'anéantir tout-à-fait, après un certain nombre d'oſcillations. Dans les ſeconds, elle s'oppoſe à l'augmentation de la viteſſe en la bornant. Dans les uns & les autres, elle eſt produite par les mêmes cauſes: c'eſt ce qui me détermine à placer ici les expériences que nous avons faites ſur les oſcillations de l'eau dans les ſyphons.

Objet de ces expériences.

360. Il importoit de prouver que la preſſion n'influe point ſur l'intenſité de la réſiſtance dans les lits où l'eau ſe meut ; c'eſt-a-dire, que le frottement des fluides n'eſt relatif qu'à l'étendue de la ſurface, & non à la hauteur du fluide. Or les ſyphons ſont très-propres à éclaircir cette vérité : car on ſait que l'eau oſcille dans les ſyphons en temps égaux à ceux d'un pendule dont la longueur eſt égale à la moitié de celle de la colonne fluide en mouvement. Ainſi, en faiſant oſciller l'eau dans deux ſyphons de même diamètre & de même longueur, mais de figure différente ; enſorte que les branches montantes de l'un ſoient très-hautes en comparaiſon de celles de l'autre, il eſt évident que ſi la preſſion augmente la réſiſtance, le mouvement devra ceſſer plus tôt dans le premier que dans le ſecond.

Les durées des oſcillations étant égales pour un même ſyphon, les viteſſes du fluide oſcillant peuvent être repréſentées par la longueur d'une oſcillation, & les réſiſtances par la perte du mouvement dans chacune. Si donc les réſiſtances ſont comme les quarrés des viteſſes, les pertes du mouvement doivent ſe trouver proportionnelles aux quarrés des longueurs des oſcillations, ou des amplitudes.

Enfin, ſi les réſiſtances ſont ſimplement pro-

portionnelles aux ſurfaces, les ſyphons de longueur égale, mais de diamètres différens, doivent perdre la même quantité de mouvement dans des temps proportionnels à leur rayon moyen, c'eſt-à-dire, au quotient de leur ſection diviſée par leur paroi. C'eſt dans ces différentes vues que nous fîmes préparer les ſyphons ſuivans.

Préparations aux expériences.

361. Je fis faire d'abord quatre ſyphons de fer blanc. Le premier, n°. 1, avoit 1 pouce de diamètre en dedans; il étoit compoſé de deux branches verticales de 4 pieds de hauteur chacune, jointes enſemble par un arrondiſſement en demi-cercle fait en plomb, & travaillé ſur un mandrin ou moule préparé exprès. L'écartement entre les axes des branches montantes, étoit de 8 pouces 10 lignes.

Le ſecond ſyphon, n°. 2, étoit un tuyau d'un pouce de diamètre comme le premier; mais ſes branches montantes n'avoient qu'un pied de hauteur, tandis que la partie horizontale qui les joignoit avoit 7 pieds 6 pouces de longueur. Les arrondiſſemens qui joignoient les branches avec la tige, étoient faits en plomb; mais ils étoient beaucoup plus courts qu'au n°. 1, & leur rayon n'excédoit pas 2 pouces.

Le troiſième ſyphon, n°. 3, étoit un tuyau de 2 pouces 1 ligne de diamètre, ſemblable pour la figure au n°. 1.

Le quatrième ſyphon, n°. 4, avoit auſſi 2 pouces 1 ligne de diamètre; & il étoit ſemblable pour la figure au n°. 2.

Comme il étoit aiſé de prévoir que la durée totale du mouvement ſeroit d'autant plus grande que le diamètre des tuyaux ſeroit plus grand, je fis faire un cinquième ſyphon, n°. 5, dont le diamètre intérieur étoit de 3 pouces. Sa longueur développée étoit de 9 pieds 6 pouces, & ſes branches montantes, diſtantes de 19 pouces 4 lignes d'axe en axe, étoient jointes par un arrondiſſement en demi-cercle, fait en plomb, & contourné ſur un mandrin ou moule de bois.

Enfin, pour comparer enſemble des oſcillations différentes en durée, je fis ſcier par le milieu l'arrondiſſement du n°. 5, après qu'il nous eut ſervi pour les premières expériences, & j'y fis ſouder une branche horizontale de 25 pieds de longueur, d'où il réſulta un nouveau ſyphon, n°. 6, dont la longueur développée étoit de 34 pieds.

362. Pour meſurer avec exactitude l'aſcenſion & la deſcente alternative de la ſurface de l'eau dans les ſyphons, nous nous ſommes ſervis d'un petit flotteur compoſé d'un morceau de liège, traverſé par une tige très-déliée de bois blanc. A l'extrémité inférieure de cette tige étoit fixée une balle de plomb qui tenoit lieu de leſt, & mettoit le flotteur en état de porter ſa tige

droite, ſans eſſuyer de frottement du moins trop ſenſible, contre le bord ſupérieur de l'orifice du ſyphon. On verſoit dans le ſyphon la quantité d'eau néceſſaire pour que la colonne fluide eût un développement convenable ; & on plaçoit le flotteur ſur l'eau dans une des branches montantes. Sur l'orifice horizontal de cette branche, nous placions une petite équerre de deſſinateur de bois d'ébène, percée dans ſon milieu d'un trou rond, dont les bords étoient bien adoucis ; & ayant déterminé quelle élévation nous voulions prendre pour la moitié de la première oſcillation, nous faiſions, avec de l'encre, une marque bien viſible à la tige du flotteur, à une hauteur égale à cette élévation, à partir de la face ſupérieure de l'équerre. Nous obſervions encore qu'il reſtât ſur les côtés de l'équerre un vide ſuffiſant, outre l'ouverture que laiſſoit le cercle de l'équerre, pour laiſſer à l'air la liberté d'entrer dans le tuyau & d'en ſortir, en ſuivant le mouvement alternatif de l'eau.

Tout étant ainſi diſpoſé, on plaçoit verticalement un pied droit ſur l'équerre, parallèlement à la tige du flotteur, pour ſervir à meſurer de l'œil la quantité de pouces & de lignes, dont la marque faite à la tige s'élevoit au deſſus de l'équerre à chaque oſcillation.

Il faut de bons yeux, de l'attention, & une grande habitude pour bien faire ces expériences. Mais en uſant, comme nous l'avons fait, de la

précaution de n'en tenir aucune pour bonne, qu'après l'avoir répétée plusieurs fois, & en prenant des moyennes entre les mesures qui se trouvoient différer, nous nous sommes assurés d'une exactitude suffisante.

363. Je ne dois pas oublier de dire que, tant que nous n'avons eu à produire que des oscillations de 3 à 4 pouces, nous nous sommes contentés de souffler dans la branche du syphon, opposée au flotteur, pour mettre l'eau en mouvement. L'expérience ne commençoit, & n'étoit tenue pour bonne, que quand le hasard faisoit que la marque du flotteur répondoit juste au niveau du dessus de l'équerre, au commencement d'une oscillation; tellement que l'élévation de l'eau au dessus de son niveau moyen fût égale à la quantité convenue; & ensuite, aux retours successifs de la marque, après chaque double oscillation, on observoit à quel nombre de pouces & de lignes elle répondoit au dessus de l'équerre.

Mais quand nous voulumes produire des oscillations de 2 pieds dans un tuyau de 3 pouces de diamètre, la force des poumons n'y pouvoit plus suffire; & il fallut imaginer un autre moyen. Nous nous fixames à celui-ci, qui est très-simple. On vida de sa moelle une branche de sureau, d'environ 2 pieds de long, & on lia à l'un des bouts une vessie de bœuf fraîche; on introduisoit cette vessie dans la branche du syphon, &

on la soufflait ensuite, pour lui faire remplir avec effort la partie du tuyau où elle se trouvoit ; ensuite on bouchoit avec le doigt le haut du bâton de sureau, & on retiroit le tout avec une viteſſe modérée : l'eau ſuivoit la veſſie, qui faiſoit la fonction d'un piſton de pompe, & s'élevoit à la hauteur qu'on vouloit. Tel étoit l'appareil fort ſimple de ces expériences : en voici les réſultats.

CENT ONZIÈME EXPÉRIENCE.

Syphon, n°. 1 ; *diamètre*, 1 *pouce*.

Longueur développée de la colonne d'eau dans le ſyphon, ... 7 pi. 8 po. 7 lig.

Elévation de la colonne au deſſus du niveau naturel, en commençant la première oſcillation, ... 0 3 3 $\frac{1}{2}$

L'eau a fait 18 oſcillations iſochrônes en 21 ſecondes.

Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation	Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation.
	po. lig.		po. lig.
0	3 3 $\frac{1}{2}$	10	0 8 $\frac{1}{2}$
2	2 6	12	0 5 $\frac{1}{2}$
4	1 10 $\frac{1}{2}$	14	0 3 $\frac{1}{2}$
6	1 4 $\frac{1}{2}$	16	0 1 $\frac{1}{2}$
8	0 11 $\frac{1}{2}$	18, &c. négligé le reſte.	

CENT DOUZIÈME EXPÉRIENCE.

Syphon, n°. 2 ; *diamètre*, 1 *pouce.*

Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon, ... 8 pl. 1 po. 5 lig.

Elévation de la colonne d'eau au deſſus du niveau naturel, en commençant la première oſcillation, . 0 3 $3\frac{1}{2}$

L'eau a fait 14 oſcillations en 16 ſecondes & demie.

Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation.		Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation.	
	po.	lig.		po.	lig.
0	3	$3\frac{1}{2}$	8	0	$8\frac{1}{2}$
2	2	$7\frac{1}{2}$	10	0	3
4	1	$11\frac{1}{2}$	12	0	0 $\frac{1}{2}$
6	1	$2\frac{1}{2}$	14, &c. négligé le reſte.		

CENT TREIZIÈME EXPÉRIENCE.

Syphon, n°. 3 ; *diamètre*, 2 *pouces* 1 *ligne.*

Longueur développée de la colonne d'eau, ... 7 pl. 8 po. 7 lig.

Elévation de la colonne d'eau, au deſſus du niveau naturel, en commençant la première oſcillation, 0 3 $3\frac{1}{2}$

L'eau a fait 26 oſcillations en 30 ſecondes.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	3 $\frac{1}{2}$	18	0	10
2	2	9 $\frac{1}{2}$	20	0	8 $\frac{1}{2}$
4	2	5	22	0	7
6	2	1	24	0	5 $\frac{1}{2}$
8	1	10	26	0	4 $\frac{1}{2}$
10	1	7 $\frac{1}{2}$	28	0	3 $\frac{1}{2}$
12	1	4	30	0	2 $\frac{1}{2}$
14	1	1 $\frac{1}{2}$	32	0	2
16	0	11 $\frac{1}{2}$	34, &c. négligé le reste.		

CENT QUATORZIÈME EXPÉRIENCE.

Syphon, n°. 4; *diamètre*, 2 *pouces* 1 *ligne*.

	pi	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon, . . .	8	1	5
Élévation de la colonne d'eau au dessus du niveau naturel, en commençant la première oscillation, .	0	3	4

L'eau a fait 30 oscillations en 35 secondes.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	4	18	0	7 $\frac{1}{2}$
2	2	10	20	0	5
4	2	4	22	0	4
6	1	10	24	0	3
8	1	6	26	0	2
10	1	2	28	0	1 $\frac{1}{2}$
12	0	11	30	0	1
14	0	9 $\frac{1}{2}$	32	&c.	
16	0	8	34, &c. négligé le reste.		

CENT

CENT QUINZIÈME EXPÉRIENCE.

Syphon, n°. 5 ; *diamètre*, 3 *pouces*.

Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon, . . . 8 pi 1 po 5 lig.

Elévation de la colonne d'eau au dessus du niveau naturel, en commençant la première oscillation, . 1 0 0

L'eau a fait 52 oscillations en 60 secondes $\frac{1}{2}$.

Nota. Nous avons tâché de donner plus particulièrement encore à cette expérience, toute la précision dont elle étoit susceptible.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation.		Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation.	
	po.	lig		po	lig.
0	12	0	34	1	10 $\frac{1}{3}$
2	10	4	36	1	8
4	9	1	38	1	6 $\frac{1}{2}$
6	8	0	40	1	4 $\frac{1}{3}$
8	7	1	42	1	3 $\frac{1}{3}$
10	6	3 $\frac{3}{4}$	44	1	2
12	5	8 $\frac{1}{6}$	46	1	1
14	5	2	48	1	0
16	4	8	50	0	11
18	4	3	52	0	10
20	3	9 $\frac{1}{6}$	54	0	9
22	3	5	56	0	8
24	3	1	58	0	7 +
26	2	9	60	0	6 +
28	2	6	62	0	5 $\frac{2}{4}$
30	2	3	64	0	5 $\frac{1}{6}$
32	2	0 $\frac{1}{4}$	66	0	5 +

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
68	0	4 $\frac{1}{2}$	88	0	1 $\frac{1}{4}$
70	0	4	90	0	1 $\frac{1}{2}$ +
72	0	3 $\frac{1}{2}$ +	92	0	1 $\frac{1}{2}$ —
74	0	3 $\frac{1}{2}$	94	0	1 $\frac{1}{4}$
76	0	3	96	0	1
78	0	3 —	98	0	1 —
80	0	2 $\frac{1}{2}$ —	100	0	0 $\frac{3}{4}$
82	0	2 $\frac{1}{2}$	102	0	0 $\frac{1}{2}$
84	0	2 +	104	0	0 $\frac{1}{2}$
86	0	2	106	0	0 $\frac{1}{4}$ +

CENT SEIZIÈME EXPERIENCE.

Syphon, n°. 6; *diamètre*, 3 *pouces*.

Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon, . . pi. 32 po. 5 lig. 8

Elévation de la colonne d'eau au dessus du niveau naturel, en commençant la première oscillation, 0 3 4

L'eau a fait 38 oscillations en 89 secondes, ou 26 en 60″ $\frac{1}{2}$.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	4	8	1	10 $\frac{3}{4}$
2	2	11	10	1	7 $\frac{2}{3}$
4	2	6 $\frac{1}{2}$	12	1	5
6	2	2 $\frac{1}{2}$	14	1	2 $\frac{1}{2}$

Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation.		Nombre des oſcillations.	Hauteur d'une demi-oſcillation.	
	po.	lig.		po.	lig.
16	1	0 $\frac{1}{4}$	34	0	2 $\frac{2}{3}$
18	0	10 $\frac{1}{8}$	36	0	2
20	0	9	38	0	1 $\frac{5}{7}$
22	0	8	40	0	1 $\frac{1}{4}$
24	0	6 $\frac{3}{4}$	42	0	1
26	0	5 $\frac{3}{4}$	44	0	0 $\frac{2}{3}$
28	0	4 $\frac{3}{4}$	46	0	0 $\frac{1}{8}$
30	0	4	48	0	0 $\frac{1}{4}$
32	0	3 $\frac{1}{4}$	50	0	0 $\frac{1}{8}$

Réflexions ſur ces expériences.

364. Il paroît que la preſſion de l'eau contre les parois, eſt totalement étrangère à la réſiſtance que l'eau éprouve en oſcillant : car on peut remarquer dans les expériences 112 & 114, que la preſſion moyenne de l'eau, contre les parois du tuyau, étoit beaucoup moindre que dans les expériences 111 & 113. Les viteſſes y étoient auſſi un peu moindres, parce que la colonne fluide étoit un peu plus courte : deux raiſons pour que la réſiſtance y fût moindre, & que le mouvement durât plus long-temps. Mais comme il eſt arrivé le contraire, il faut conclure que le plus ou le moins de preſſion n'influe point ſur la réſiſtance d'un lit, ni ſur l'intenſité du frottement. Il eſt probable que la ſeule cauſe de l'augmentation de la réſiſtance qu'on remarque

dans les syphons, n°. 2 & n°. 4, venoit de la forme des arrondissemens trop brusques qui joignoient la branche horizontale aux branches verticales.

La résistance dans les tuyaux dont les diamètres sont differens, est à-peu-près proportionnelle à l'inverse du rayon moyen : car, en supposant que la résistance est à-peu-près proportionnelle à l'inverse des temps que le mobile emploie à perdre la même quantité de mouvement, on peut comparer les pertes de mouvement dans les expériences 101, 103 & 105, où les durées des oscillations sont sensiblement égales ; on verra que le mouvement diminue depuis 3 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, jusqu'à 11 lignes $\frac{1}{2}$, dans des temps représentés par 8, 16 & 26 oscillations ; tandis que les rayons moyens sont :: 1 : 2 : 3.

On peut encore remarquer que, quand les vitesses sont différentes, les résistances croissent en moindre raison que le quarré de ces vitesses. C'est ce qu'on voit par la comparaison des expériences 115 & 116 : car, le temps de la durée des oscillations dans la première n'étant que moitié de celui des oscillations de la seconde, la vitesse y est double, & le quarré de cette vitesse est quadruple du quarré de la vitesse dans la seconde. Mais la longueur du syphon, dans la seconde expérience, est quadruple de la longueur du syphon dans la première ; d'où il faut conclure que les résistances, ou les pertes de mouvement,

devroient être égales dans les 2 expériences, pendant un même nombre d'oscillations : c'est cependant ce qui n'arrive pas ; car la perte du mouvement dans l'expérience 115, pendant 26 oscillations, à compter de la 22e jusqu'à la 48e, est égale à la perte de mouvement dans l'expérience 116, pendant 16 oscillations, à compter depuis 0 jusqu'à la 16e oscillation. D'où il suit évidemment que la résistance croît en moindre raison que le quarré des vitesses, comme nous l'avons suffisamment fait remarquer ailleurs, en parlant du mouvement uniforme.

365. Pour tirer quelque parti des grandes oscillations de la 115e expérience, on peut faire les remarques suivantes. La première moitié de la 3e oscillation est de $10,3333^{po.}$, & la 2e peut être évaluée à $9,687^{po.}$; ce qui donne une perte de mouvement de $0,646^{po.}$ pendant une oscillation, dont l'amplitude entière est de $20,0203^{po.}$; & le temps est $1'',1634$. La longueur de la colonne qui se meut, est égale à $97,4166^{po.}$ Si on prend la perte de mouvement, ou la résistance pour une pente fictive sur la longueur de la colonne, on trouve cette pente égale à $\frac{1}{151,8}$: le tuyau ayant 3 pouces de diamètre, son rayon moyen, est $0,75^{po.}$ Et si on calcule la vitesse moyenne uniforme qui conviendroit à ces données, on trouve qu'elle seroit égale à $23,0559^{po.}$, pendant

une seconde ; ou à 26,823 po., pendant la durée d'une oscillation du syphon. Mais dans le même temps, le fluide contenu dans le syphon ne parcourt par un mouvement varié, que 20,0203 po. Ainsi, il paroît que dans ce cas-ci, le rapport de l'espace parcouru par un mouvement uniforme, à celui qui est parcouru par un mouvement varié, est égal à 1,34.

Si on fait le même calcul pour la 15e oscillation, dont la première moitié est 5,166 po., & dont la seconde peut être évaluée à 4,91 po., ce qui donne une résistance de 0,2566 po., & une pente de $\frac{1}{379,64}$, on trouvera, que l'espace qui feroit uniformément parcouru pendant la durée d'une oscillation, feroit de 15,75 po. ; tandis que celui que le fluide parcourt par un mouvement varié pendant le même temps, n'est que de 10,0766 po. ; ce qui donne le rapport 1,56.

Il paroît de-là que l'effet de la viscosité est encore plus sensible ici que dans le mouvement uniforme, & qu'elle affecte de plus en plus le mouvement à mesure qu'il diminue, par la raison que la viteſſe à la paroi est égale à celle de l'axe, & que tous les filets sont obligés de prendre le même mouvement.

CHAPITRE V.

Expériences ſur le mouvement uniforme de l'eau, dans un canal factice.

366. L'OBJET des expériences qui ſuivent, eſt d'analyſer le mouvement de l'eau quand elle coule uniformément dans un lit quelconque, rectiligne, de quelque figure qu'il ſoit, & de vérifier ſi ce mouvement peut ſe rapporter entièrement à celui de l'eau dans les conduites circulaires. Pour cela, il falloit un canal dont la ſection fût variable dans le rapport de ſes dimenſions, & de ſa figure, dont la dépenſe pût ſe meſurer exactement, & ſurpaſſer celle des conduites ordinaires, & dont il fût aiſé de varier auſſi les pentes. Cet appareil étoit d'autant plus néceſſaire, que le même canal devoit ſervir à obſerver le rapport des viteſſes de la ſurface & du fond d'un courant, avec la viteſſe moyenne; à chercher à quelle viteſſe réſiſtent, par leur inertie, différentes matières dont le lit des rivières eſt le plus communément compoſé, & à meſurer la dépenſe des reverſoirs, ainſi que la hauteur & l'amplitude des remous produits par des retenues, ou des piles de ponts.

Préparation aux expériences.

367. L'atelier des expériences étoit situé dans le terreplein d'un ouvrage de la fortification, dont l'emplacement étoit avantageux à bien des égards. Les fossés de cet ouvrage avoient environ 4900 toises quarrées de surface, & 5 à 6 pieds de profondeur d'eau. L'entrée & la sortie étoient fermées de batardeaux, dans lesquels étoient pratiquées des buses en maçonnerie avec des tampons de cuivre, qui fermoient bien hermétiquement. On pouvoit, à volonté, remplir ou vider les fossés au moyen de ces buses, parce que celle de l'entrée prenoit l'eau de l'Escaut, retenue par une écluse à vannes & poutrelles, qui sert à la navigation de cette rivière; & celle de sortie dégorgeoit l'eau dans le bas Escaut, au dessous de cette écluse, qui fourient ordinairement en été 7 à 8 pieds de hauteur d'eau. Cette chûte étoit suffisante pour nous procurer, 1°. une prise d'eau suffisante, 2°. une pente sur la longueur de notre canal factice; 3°. un bassin inférieur dans lequel on pût mesurer les dépenses du canal, & qu'on pût ensuite vider entièrement en l'écoulant dans le lit inférieur de la rivière. Notre atelier étoit d'ailleurs fermé de toutes parts, & assez sûr pour y pouvoir laisser l'équipage tout monté.

368. Mais la capacité du terreplein étant bor-

Digitized by Google

née, je ne pouvois donner que 22 toises, ou 132 pieds de longueur au canal que je me proposois de faire ; & il étoit douteux s'il seroit possible de faire couler l'eau dans un canal si court, avec la même uniformité qu'elle auroit naturellement dans un lit d'une longueur indéfinie. J'ai plusieurs fois desiré que ce canal eût 5 à 600 pieds de longueur, pour être plus assuré de l'uniformité du courant, & du parallelisme exact entre la surface de l'eau & le fond du canal. Mais il faut convenir qu'en gagnant de ce côté là, nous eussions perdu à bien d'autres égards, par l'impossibilité de varier fréquemment les pentes d'un canal si long, par la difficulté de mesurer ces pentes avec précision, par l'augmentation des frais de la première construction, par le temps qu'il auroit fallu mettre à une seule expérience, & enfin, par les inconvéniens d'un grand emplacement, qui n'auroit pu être qu'ouvert & situé dans des prairies pleines de bestiaux.

Il est donc assez probable que, si le canal que nous avons employé n'est pas le plus parfait, c'est pourtant celui qui étoit sujet aux moindres inconvéniens.

369. Les madriers qui ont servi à la construction du canal, avoient chacun 18 pouces de largeur, 3 pouces d'épaisseur, & près de 12 pieds de longueur. Ils étoient tellement préparés, qu'ils pouvoient également servir à faire un canal de figure trapèze, ou un canal rectangulaire. Trois

cours de madriers suffisoient pour le former. Le
Fig. 34. premier AB servoit de fond, & deux autres CD, CD en étoient les côtés. Dans le canal trapèze, les côtés D & D des madriers reposoient sur le fond, & s'y engageoient par un mentonnet qui se logeoit dans une rainure triangulaire. Des clés EF, entaillées à chaque bout par leur face inférieure, embrassoient les bords supérieurs C, & fixoient la largeur du canal par le haut. Elles étoient espacées de 6 pieds en 6 pieds ; ensorte qu'il s'en trouvoit une sur chaque joint où les madriers se touchoient bout à bout, & une alternativement au milieu de la longueur de chaque madrier. Le poids seul des madriers rendoit ferme cet assemblage fort simple. Le fond étoit calé avec des coins qui portoient sur des traversines GH, bien assises sur une petite fondation de pierres ou de briques ; & c'étoit par le moyen de ces coins qu'on haussoit ou baissoit le canal à volonté, soit pour le mettre de niveau transversalement, soit pour lui donner une pente quelconque dans sa longueur. Les dimensions du canal trapèze, quand il étoit monté & appuyé sur ses clés, étoient de $5\frac{1}{4}$ pouces de largeur par le bas, & de près de 3 pieds par le haut. Le talud que formoit chaque côté étoit dans la situation exacte de l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dans lequel ab=16 pouces, ac=27 pouces, bc=21,748 p°. C'est d'après ces rapports que chaque section, & le dévelop-

pement de la paroi, ont été calculées pour chaque expérience.

370. Le canal rectangulaire ſe faiſoit avec les trois mêmes cours de madriers, en plaçant les côtés C & C contre les faces A & B du madrier qui ſervoit de fond, & en les retenant dans cette poſition par des boulons à écrous qui traverſoient de dehors en dehors. Ces boulons étoient eſpacés de 6 pieds en 6 pieds, & les écrous bien ſerrés avec une clé faite exprès. Pour maintenir les madriers dans la ſituation verticale, & empêcher l'écartement que le poids de l'eau auroit cauſé, on avoit placé, comme au canal trapèze, des clés de bois, eſpacées auſſi de 6 pieds en 6 pieds, dans leſquelles ſe logeoit le mentonnet des madriers, qui pour lors ſe trouvoit en haut. Fig. 35.

A la tête du canal, joignant le foſſé où ſe faiſoit la priſe d'eau, étoit une vanne plus large que l'entrée du canal, qui ſe manœuvroit au moyen d'une manivelle placée à l'extrémité d'un arbre de fer, qui étoit garni de deux lanternes à fuſeaux, leſquelles engrenoient dans deux crémaillères fixées à la vanne.

A l'autre extrémité du canal étoit adapté un *bac* ou caiſſe de 3 pieds $\frac{1}{2}$ en quarré, & de 14 pouces de profondeur. Un de ſes côtés étoit entaillé pour ſe conformer à la ſection du canal, qui s'y joignoit, & le tout étoit uni & retenu par quatre boulons à écrous, & par une forte

barre de fer boulonnée à la fois avec le fond du canal & celui du bac. Dans les trois autres faces de cette caiſſe, que nous appelons *bac*, étoient pratiquées des vannes pour laiſſer échapper l'eau, à proportion que le canal en fourniſſoit, en la tenant cependant à la hauteur néceſſaire pour conſerver l'uniformité de profondeur à la veine en mouvement.

371. Dès l'été de l'année 1780, j'avois fait pratiquer, contre le revêtement de la gorge de la demi-lune que bordoit le bas Eſcaut, un baſſin qui devoit ſervir de jauge pour meſurer la dépenſe du canal. Il étoit fait avec ſoin en bonne maçonnerie, & revêtu intérieurement de pierres de taille dures. Il étoit auſſi pavé de briques poſées de champ, ſur une fondation terminée par trois tas de briques de plat, afin qu'il ne pût pas perdre l'eau qu'il devoit contenir, ni en admettre d'étrangère. C'eſt dans ce baſſin que tomboit l'eau qui s'échappoit par les vannes du bac. Il avoit exactement 12 pieds de longueur ſur 9 de largeur dans œuvre : tellement que ſa ſurface étoit de trois toiſes quarrées, ou de 15552 pouces quarrés ; ſa profondeur étoit de 5 pieds. Son fond étoit plus élevé que les eaux du bas Eſcaut, pour la facilité de le vider entièrement, comme je le dirai tout-à-l'heure. Nous avons fait des expériences, pendant leſquelles le canal dépenſoit juſqu'à 7000 pouces cubes d'eau par ſeconde ; ainſi, l'eau devoit s'élever dans le baſſin,

de près d'un demi-pouce dans le même temps, & le remplir entièrement en deux minutes : ce qui fait voir, d'une part, que sa capacité n'étoit pas trop grande, & que les fossés de l'ouvrage, qui nous servoient de réservoir, n'étoient que suffisans, quoiqu'ils eussent près de 5000 toises quarrées de surface, puisque cette surface devoit baisser d'un pouce par heure, quand le canal faisoit une aussi grande dépense.

Il n'y avoit qu'une seule issue préparée pour vider le bassin dans le bas Escaut : c'étoit une buse ou canal de pierres de taille, qui traversoit le mur du bassin, & celui du revêtement de la gorge de la demi-lune. Son entrée horizontale étoit garnie d'un cercle de cuivre de 8 pouces de diamètre, scellé dans la pierre qui en couvroit la tête ; & dans ce cercle conique entroit un tampon de cuivre de même figure, arrondi au tour, & fermant très-exactement. Dans ce tampon étoit scellée une tige de fer suspendue verticalement à la tête circulaire d'un balancier, qui servoit à lever ou descendre le tampon, selon qu'on vouloit ouvrir ou fermer la buse. Ce débouché suffisoit presque au débit de nos plus fortes expériences, au moyen d'une charge d'eau qui s'établissoit d'elle-même au dessus de l'orifice horizontal de l'entrée de la buse. Mais quand le canal fournissoit peu, ou qu'il cessoit de couler, le bassin se vidoit entièrement, & son fond demeuroit à sec.

372. Contre une des faces du baſſin, dans l'emplacement le moins expoſé au choc de l'eau, & aux courans qu'occaſionnoit le reverſement du bac, étoit placé un inſtrument fort ſimple, mais très-néceſſaire pour la meſure de la dépenſe du canal dans chaque expérience. C'eſt un priſme de fer blanc, dont la coupe eſt un triangle équilatéral; il eſt fermé de toutes parts, pour que l'eau ne puiſſe s'y introduire, & qu'il reſte à flot. Au milieu d'une de ſes trois faces rectangulaires, eſt implantée & ſoudée une petite douille quarrée, dans laquelle entre & eſt aſſujettie une tringle de bois blanc de 3 lignes $\frac{1}{2}$ en quarré, & de 6 à 7 pieds de hauteur. Cette tringle gliſſe dans deux pitons, le long d'une planche fixée au mur vertical du baſſin; & le priſme, chargé du poids léger de la tringle, s'élève ou s'abaiſſe avec l'eau du baſſin, dont il ſuit les variations. Le ſommet de la tringle marque les mêmes variations vers le haut de la planche contre laquelle elle gliſſe.

373. Après que le fond du canal avoit été ſoumis à une pente exactement uniforme, au moyen de trois voyans, & qu'il avoit été bien calé pardeſſous, on garniſſoit les joints par où l'eau auroit pu s'échapper, avec une eſpèce de maſtic gras, dont on verra ci-après la compoſition, & nous meſurions la pente du canal. Pour cet effet, nous ne faiſions uſage d'aucun inſtrument; mais, après avoir introduit de l'eau

dans le canal, nous le fermions exactement par les deux bouts, & nous attendions que l'eau y fût devenue bien dormante, & ſans mouvement. Nous prenions enſuite la profondeur de l'eau à chaque extrémité, & comptions pour la pente la différence des deux profondeurs. Ce moyen étoit le plus exact, & même le ſeul convenable dans les petites pentes, comme celle de 2 lignes pour 20 à 22 toiſes de longueur.

374. Tout étant diſpoſé comme je viens de le dire, nous nous préparions à faire une expérience. L'eau du foſſé étant plus haute que le fond du canal à ſa tête, il falloit d'abord meſurer, avec toute l'exactitude poſſible, de combien étoit cette ſupériorité. Pour cela, il ne convenoit pas que la vanne d'entrée fût ouverte: car le courant qui ſe feroit déterminé vers l'entrée du canal, auroit fait prendre une pente quelconque à la ſurface de l'eau vers ce point; & on auroit jugé la hauteur du réſervoir trop petite. J'avois donc fait pratiquer dans les madriers qui formoient le canal, à 3 pieds de diſtance de ſon entrée, deux couliſſes d'un demi-pouce en quarré. On faiſoit deſcendre dans ces couliſſes une vanne poſtiche, dont on garniſſoit les joints avec du maſtic; & ouvrant enſuite la vanne de l'entrée, l'eau étoit ſoutenue dans cette petite partie du canal par la vanne poſtiche, au même niveau que dans le foſſé. Lors donc qu'elle étoit devenue bien calme, on prenoit la profondeur de l'eau à l'entrée du

canal, avec un piedroit bien vérifié. En même temps on marquoit un repaire à la surface de l'eau, à quelques toises de distance de-là, dans le fossé, contre les murs de revêtement, pour connoître le rapport de la hauteur de l'eau du fossé sur le fond du canal à la tête, non-seulement pour une expérience, mais pour toutes celles qui devoient suivre, tant qu'on ne changeoit pas le canal de hauteur ou de pente.

375. Enfin, pour mesurer avec précision la profondeur d'eau qui se trouvoit dans le canal pendant une expérience, & pour être assurés de l'uniformité de cette profondeur, il n'eût pas été exact de prendre cette mesure en plongeant une règle dans l'eau courante : car on sait que, dans ce cas, l'eau s'élève contre la régle, & y forme un remou qui empêche de distinguer le vrai point d'élévation de la surface au dessus du fond. Pour ne pas tomber dans cet inconvénient, on avoit placé un clou d'épingle dans la face verticale de chaque clé, du côté d'amont, à plomb au dessus du milieu de la largeur du canal. Tous ces clous étoient à la même hauteur au dessus du fond, & se trouvoient par conséquent dans une même ligne inclinée, parallèle au fond du canal. Ainsi, en mesurant combien il restoit de hauteur, depuis la surface de l'eau jusqu'à chacun de ces clous (ce qu'il étoit aisé de faire avec beaucoup de justesse), on parvenoit à connoître la vraie profondeur

profondeur du courant, à l'endroit de chaque clé. Nous pouvions auſſi vérifier ſi cette profondeur étoit conſtante d'un bout à l'autre du canal, ou du moins, ſur une longueur ſuffiſante dans la partie inférieure : car il faut obſerver que, comme il y avoit contraction d'orifice à l'entrée du canal, il s'y formoit une chûte, & par conſéquent une diminution de profondeur ; mais la ſurface du courant ſe relevoit enſuite par degrés, & l'eau du canal parvenoit, à quelque diſtance de-là, à l'uniformité de pente, de profondeur & de viteſſe que nous cherchions à lui procurer. Nous obſervions avec beaucoup de ſoin la hauteur de la chûte qui ſe faiſoit à l'entrée, c'eſt-à-dire, la différence qu'il y avoit entre la profondeur de l'eau ſur le ſeuil de la vanne, avant qu'elle fût ouverte, & la profondeur uniforme qui s'établiſſoit dans le canal, quand le courant y étoit réglé.

376. Toutes ces préparations étant faites, & la pente du canal étant auſſi connue, voici comment ſe faiſoit une expérience. 1°. On tenoit ouverte une des vannes du bac, ou même deux, ſelon la dépenſe que devoit faire le canal : on levoit auſſi le tampon de la buſe du baſſin ; le canal étoit nettoyé & débarraſſé de tout ce qui auroit pu gêner le cours de l'eau. 2°. On levoit la vanne de l'entrée du canal, d'une hauteur ſuffiſante pour qu'elle ne trempât plus dans l'eau. La première eau, après avoir parcouru la longueur du canal, alloit frapper contre le côté oppoſé du bac, dont

le plus souvent la vanne étoit fermée, & elle étoit obligée de s'écouler par les vannes collatérales. Tandis que l'eau tombée dans le bassin, se vidoit à mesure par le tampon, c'étoit le moment de régler les vannes du bac, en les levant ou les abaissant selon le besoin, c'est-à-dire, en sorte que la dépense qu'elles faisoient étant égale à celle du canal, le courant eût une profondeur uniforme dans la moitié au moins de sa longueur vers l'aval *.

Pour y parvenir, nous mesurions souvent, & à différentes reprises, la hauteur qui se trouvoit depuis les clous des différentes clés jusqu'à la surface de l'eau courante. Si cette hauteur se trouvoit moindre vers le bac que dans la partie supérieure, c'étoit une marque que les vannes du bac ne débitoient pas assez, & on les levoit davantage. Si au contraire la hauteur dont j'ai parlé étoit plus grande, on les baissoit un peu pour faire remonter la surface de l'eau. Ce tâtonnement se terminoit enfin à l'égalité de hauteur, depuis chaque clou jusqu'à la surface de l'eau, & par conséquent à avoir dans le canal une profondeur d'eau aussi uniforme qu'il étoit possible. C'étoit

* Nous avons observé que, quand la vanne de la prise d'eau étoit levée au point de ne plus toucher la surface de l'eau, elle ne dépensoit pas davantage que quand elle l'étoit seulement d'une hauteur égale à la profondeur d'eau uniforme vers le bas du canal; quoique dans ce cas elle trempât encore dans l'eau.

l'instant qu'il falloit saisir pour faire l'expérience, c'est-à-dire, pour mesurer la dépense du canal, par la hauteur dont l'eau qu'il fournissoit pouvoit s'élever dans le bassin pendant un temps donné, que nous ne commencions à compter qu'après que le tampon avoit été, au préalable, fermé.

Pendant cette durée de temps, on alloit vérifier, par le repaire dont j'ai parlé tout-à-l'heure, la charge d'eau qu'il y avoit sur la tête du canal & la profondeur du courant dans la partie où elle étoit uniforme, ce qui étoit enregistré aussitôt. C'est de cette manière qu'ont été faites les expériences suivantes.

377. *Tableau d'expériences sur le mouvement uniforme de l'eau, dans un canal factice, ordonnées par rapport aux pentes du lit.*

Cotes des expér.	Pentes du canal	Charge d'eau sur la tête du canal, exprimée en pouces	Profondeur d'eau dans le canal, exprimée en pouces	Section du canal, exprimée en pouces quarrés	Parois du canal exprim. en pouces	Dépense par seconde du canal exprimé en pouces cub.	Vitesse moyenne uniforme exprim. en pouces
		Canal trapèze.					
		po.	po	pp.	pp.	po.	po
A	$\frac{1}{212}$.	3,5	2,166	18,84	13,06	518,4	27,51
B*		6,291	4,666	50,60	29,50	1463,4	28,92
C	$\frac{1}{412}$.	7,166	6,0	83,43	26,0	2264,4	27,14

* Dans l'expérience cotée B, on avoit garni le canal d'une cloison de planches, qui le partageoit d'un bout à l'autre en deux canaux trapèzes égaux, & dont l'effet étoit d'augmenter la paroi, sans presque diminuer la section: l'épaisseur de ces planches étoit de 15 lignes.

Cotes des expér.	Pentes du canal	Charge d'eau sur la sête du canal, exprimée en pouces.	Profondeur d'eau dans le canal, exprimée en pouces.	Section du canal, exprimée en pouces quarrés	Parois du canal exprim en pouces.	Dépense par seconde du canal, exprimée en pouces cub	Vîtesse moyenne unif par sec exprim. en pouces
		po.	po.	po.	po.	po	po.
D		3,333	2,833	27,2	15,31	497,2	18,28
E		4,333	3,666	39,36	18,13	799,2	20,30
F	$\frac{1}{407}$	5,166	4,333	50,44	20,37	1128,6	22,37
G		5,50	4,666	56,43	21,50	1328,4	23,54
H	$\frac{1}{432}$	8,083	6,75	100,74	28,53	2872,8	28,52
I		9,0	7,5	119,58	31,06	3607,2	30,16
K	$\frac{1}{432}$	9,666	7,917	130,71	32,47	4168,8	31,89
L		10,0	8,083	135,32	33,03	4401,0	32,52
M		2,333	2,333	20,83	13,62	186,3	8,94
N	$\frac{1}{1708}$	3,333	3,333	34,37	17,0	334,0	9,71
O		3,917	3,833	42,01	18,69	518,4	12,34
		Canal rectangulaire.					
P		2,917	2,0	34,5	21,25	698,4	20,24
Q	$\frac{1}{432}$	6,583	5,0	86,25	27,25	2440,4	28,29
R	$\frac{1}{839}$	2,333	2,0	34,5	21,25	468,0	13,56
S		2,042	2,042	35,218	21,33	324,0	9,19
T		3,0	3,0	51,75	23,25	626,22	12,10
V	$\frac{1}{1416}$	4,416	4,416	76,187	26,08	1080,0	14,17
X		5,957	5,957	102,78	29,17	1598,4	15,55
Y		4,0	4,0	69,0	25,25	316,8	4,59
Z	$\frac{1}{2888}$	9,0	9,0	155,25	35,25	885,6	5,70

378. Outre ces 23 expériences, qui ſont précieuſes à cauſe de la régularité & de l'uniformité du courant dans le canal, nous en fîmes beaucoup d'autres à des pentes ſemblables, & ſous des ſections plus ou moins grandes. Mais nous avons remarqué que le canal devenoit extrêmement difficile à régler, ou s'y refuſoit même tout-à-fait, quand les pentes ou les ſections devenoient un peu conſidérables. Cette difficulté venoit de ce qu'il

n'avoit pas assez de longueur pour que le régime pût s'y établir avec uniformité : car les grandes vitesses répondent toujours à de grandes pentes avec des sections médiocres, ou à des pentes médiocres avec de grandes sections, ou enfin à de grandes sections jointes à de grandes pentes. Or, dans tous ces cas, il y avoit trop peu de distance depuis l'entrée du canal jusqu'au bac, pour que l'équilibre entre la résistance du lit & la force accélératrice de la veine fluide, pût s'établir pleinement.

Ainsi, la profondeur de l'eau y étoit moindre qu'elle n'eût été à une plus grande longueur du canal; & par conséquent la dépense d'expérience, divisée par une section trop petite, nous faisoit conclure une vitesse trop grande. Mais nous étions avertis du désordre qui régnoit encore dans le mouvement, par la difficulté de régler les vannes du bac, & d'obtenir une profondeur uniforme sur une certaine longueur du canal; au lieu que, quand les vitesses conservoient la proportion convenable avec cette longueur, nous obtenions sans peine & en peu de temps l'équilibre & l'uniformité, qui étoient l'indice d'un régime plus exact.

J'ai donc été obligé de partager en trois classes toutes nos expériences sur le canal factice. La première comprend celles où le régime étoit le mieux observé; elles sont rapportées dans le tableau précédent. La seconde comprend celles où le regime n'étant pas parfait, il y avoit cepen-

dant assez d'uniformité dans la profondeur du courant, pour pouvoir comparer les vitesses de la surface à celle du fond, afin d'en connoître le rapport : nous en rendrons compte dans le chapitre suivant, en les joignant aux premières pour en former un tableau général. Et enfin, la troisième classe comprend celles où nous ne pouvions parvenir à regler le canal par les vannes du bac, soit qu'elles ne fissent pas assez d'effet, quand les pentes étoient trop grandes, soit qu'elles en fissent trop, quand les pentes étoient petites, soit enfin que ces deux causes se combinassent avec la grandeur de la section & la nature des pertuis par où l'eau s'écouloit. Ces dernières expériences ont été tout-à-fait rebutées, comme donnant des résultats défectueux.

Quoi qu'il en soit, il ne sera pas inutile d'entrer ici dans quelques détails, & de rendre compte de ce que nous avons observé dans le mouvement de l'eau depuis son entrée dans le canal jusqu'au point où elle se fixoit, du moins sensiblement, au mouvement uniforme.

Réflexions sur les expériences faites avec un canal factice.

379. L'eau du réservoir se dirigeoit de tous côtes vers l'entrée du canal, avec une vitesse & une pente qui alloient toujours en croissant, jusqu'à l'orifice où étoit placée la vanne de la prise

d'eau. Là, il se faisoit une chûte, & l'eau essuyoit une contraction. La section, après s'être abaissée & rétrécie, s'élargissoit ensuite, & l'eau alloit choquer les parois du canal d'où elle étoit réfléchie, en se contractant de nouveau ; cet effet se répétoit plusieurs fois, mais il diminuoit de plus en plus. On remarquoit que quand le canal étoit rectangulaire, la contraction y étoit beaucoup plus marquée que lorsqu'il avoit la forme d'un trapèze. La hauteur verticale, dont l'eau s'abaissoit par sa chûte, produisoit dans la veine contractée une viteſſe trop grande pour pouvoir être continuée, sans que la hauteur de la section augmentât : car le frottement relatif à cette viteſſe, excédoit la force accélératrice relative à la pente, ce qui obligeoit l'eau de s'élever d'abord assez rapidement en contre-pente, ensuite de moins en moins, jusqu'à ce qu'elle eût atteint une section dont la viteſſe produisît une réſiſtance convenable. L'élévation de la section faisoit diminuer la réſiſtance, en donnant lieu à une viteſſe moindre, & à un rayon moyen plus grand. Mais cette élévation ne se formoit pas d'une manière régulièrement progreſſive, parce que la première chûte & la contre-pente qui la suivoit, formoient une première ondulation qui se répétoit plusieurs fois, mais moins sensiblement, à mesure que l'eau s'éloignoit de l'origine de son mouvement.

Telle est l'idée qu'on peut se faire du mouvement de l'eau, à l'entrée d'un canal qui con-

ſerve une largeur uniforme. L'intenſité des èffets varie ſuivant la grandeur de la pente du lit, & la hauteur de l'eau du réſervoir, au deſſus du fond du canal. La chûte à l'entrée eſt d'autant plus grande que le réſervoir eſt plus élevé, & la pente plus grande; & on ſent bien qu'alors le point où le mouvement devient uniforme, s'éloigne davantage de l'origine. Quand au contraire la pente, qui influe le plus dans tous ces mouvemens, devient très-petite, les ondulations ſont preſque inſenſibles, & le cours de l'eau paroît uniforme à quelque diſtance de la vanne d'entrée. Dans notre canal, le courant paroiſſoit réglé dans ce cas à 2 ou 3 toiſes de la priſe d'eau.

380. L'eau, après avoir parcouru notre canal, arrivoit dans le bac, & ſe reverſoit dans le baſſin qui nous ſervoit de jauge, par deux ou trois ouvertures garnies de vannes; mais l'uniformité étoit encore altérée par ce reverſement. Si les vannes étoient entièrement levées, l'eau s'abaiſſoit vers les pertuis; & cét abaiſſement ſe faiſoit ſentir d'autant plus loin, que la pente étoit plus petite. On remédioit à cet inconvénient, en baiſſant les vannes petit à petit, ce qui obligeoit l'eau à s'élever, juſqu'à ce qu'elle eût acquis aſſez de charge pour faire, ſous les vannes, une dépenſe égale à celle du canal. Cette élévation de l'eau contre les vannes, produiſoit un remou qui s'étendoit plus ou moins loin en amont, ſuivant que la pente étoit petite ou conſidérable. Quand la pente

étoit un peu grande, comme de $\frac{1}{200}$, le remou ne s'étendoit qu'à 3 ou 4 toises. Le reste du canal conservoit une trop petite section ; & les différentes manœuvres qu'on faisoit au bac, n'influoient point sur la dépense du canal. Ainsi, la petitesse de la section faisoit conclure les vitesses trop grandes : au contraire, quand les pentes étoient très-petites, le remou étoit sensible jusqu'à l'entrée du canal, & faisoit varier les dépenses, ainsi que les sections. Delà il arrivoit qu'avec les mêmes données on obtenoit des dépenses très-différentes, suivant la manière dont on laissoit échapper l'eau.

381. Ayant remarqué que quand le canal dépensoit peu, il falloit beaucoup baisser les vannes pour ne pas diminuer la section, & qu'alors l'eau du fond prenoit beaucoup de vitesse aux approches du bac, ce qui troubloit entièrement l'ordre naturel des vitesses, nous essayâmes, pour y remédier, de faire verser l'eau par sa surface, en fermant le bas du pertuis. Mais ce moyen ne nous réussissant pas mieux, nous imaginâmes de rétrécir la largeur du pertuis, pour faire échapper l'eau sur toute sa hauteur. Enfin, comme nous éprouvions toujours les mêmes difficultés à régler le canal, nous adaptâmes au pertuis deux planches taillées selon une certaine courbure propre à rendre l'orifice aussi étroit qu'on vouloit par le bas, & large au contraire par en haut : la dépense devenoit par là plus grande par le haut du pertuis que par le bas, à-peu-près dans l'ordre naturel

des viteſſes d'une ſection libre. Nous répétâmes, en uſant de ces courbes, toutes les expériences du canal rectangulaire, aux pentes $\frac{1}{1412}$ & $\frac{1}{3288}$, parce que les premières nous avoient paru défectueuſes, & que les réſultats n'en étoient pas conſtans. Nous avons vu qu'en effet l'expérience ſe rapprochoit de la théorie, quand on pouvoit parvenir à conſerver l'ordre naturel des viteſſes : mais ce moyen n'étoit pas encore parfait, parce qu'il auroit fallu varier les courbes pour des expériences différentes.

Il ne nous fut pas poſſible de remédier de même à la petiteſſe de la ſection, quand les pentes étoient conſidérables, ſur-tout ſi la hauteur d'eau dans le canal l'étoit auſſi. A la pente $\frac{1}{211}$ nous ne pûmes parvenir à régler le canal, quoique la ſection n'eût que 3 pouces de hauteur. Et ſi on voit le mouvement devenu uniforme à cette pente, & à une profondeur de 4 pouces 8 lignes, dans l'expérience cotée B, c'eſt que la paroi étoit preſque doublée par une cloiſon de planches qui partageoit le canal en deux lits.

382. Pour réſumer toutes les difficultés que nous avons éprouvées, on voit que, quand les pentes étoient grandes, le canal étoit trop court pour être réglé uniformément ; & que, quand elles étoient petites, la dépenſe du réſervoir étoit altérée par la manière dont ſe faiſoit l'écoulement inférieur de l'eau. Ces deux cauſes pouvoient ſe combiner & ſe compenſer en partie dans les pentes moyennes. En effet, nous avons trouvé

que dans les pentes moyennes d'environ $\frac{1}{4\frac{1}{2}}$, il nous étoit plus facile de régler le canal; & les réſultats que nous avons obtenus s'éloignent peu de ceux de la théorie. On ne peut cependant pas ſe promettre que des expériences auſſi délicates ſoient ſuſceptibles de la même préciſion que celles des tuyaux; mais elles ſont d'ailleurs aſſez exactes pour prouver que la loi qui exprime l'effet du frottement, eſt conſtante pour toutes ſortes de lits, ſoit que l'eau coule avec gêne dans un tuyau, ſoit qu'elle gliſſe librement dans un lit ouvert, d'une figure quelconque. Si cela n'étoit pas, on tomberoit dans des erreurs très-conſidérables, quand on voudroit appliquer à de grands canaux ou à des rivières un loi qui ne ſeroit applicable qu'aux petits lits des tuyaux de conduite ordinaires. Au lieu que l'accord de toutes les expériences avec la théorie prouve invinciblement l'exactitude du principe qui s'applique ſi bien à tous les cas.

383. On peut remarquer que dans la plupart de nos expériences, du moins dans celles où la viteſſe étoit un peu grande, la hauteur de l'eau dans le canal eſt moindre que celle du réſervoir, ou que la charge d'eau ſur la tête du canal. Nous avons fait voir, en traitant des canaux, que cette chûte eſt néceſſaire pour produire la viteſſe initiale, & que cet effet a également lieu dans les tuyaux de conduite inclinés où l'eau ne peut couler uniformément à toute longueur, s'ils n'ont

à leur tête une charge d'eau capable d'imprimer la viteſſe uniforme convenable : car la viteſſe uniforme n'eſt pas produite par la pente, ou par la force accélératrice qui en réſulte, puiſque cette force eſt ſans ceſſe détruite par la réſiſtance. Mais tout mouvement actuel & uniforme d'une rivière ſuppoſe toujours une viteſſe précédemment acquiſe par une chûte ; & l'effet de la force accélératrice ou de la pente, eſt de la conſerver, en faiſant conſtamment équilibre à la réſiſtance qui tend à la diminuer. Il eſt donc néceſſaire qu'en prolongeant, juſqu'à la priſe d'eau, la ſurface du courant devenu uniforme, on y trouve une différence de niveau avec le réſervoir qui égale la hauteur dûe à la viteſſe moyenne ; & cette hauteur doit augmenter par la contraction, comme nous avons vu que cela arrive dans les tuyaux ; avec cette différence que, dans ceux-ci, nous avons pu ſuppoſer la contraction conſtante, ſans erreur ſenſible : au lieu que dans notre canal elle paroît varier, ſuivant la largeur, la hauteur & la figure de l'entrée, ſans cependant être, dans aucun cas, auſſi grande que celle des tuyaux. Ainſi, la hauteur dûe à une viteſſe quelconque, qui ſeroit $\frac{v^2}{724}$ s'il n'y avoit point de contraction, & qui eſt égale à $\frac{v^2}{478}$ pour les tuyaux, ſe trouve être dans notre canal factice depuis $\frac{v^2}{530}$ juſqu'à $\frac{v^2}{660}$. Pour trouver la loi de ſes variations, il faudroit dans les expériences une préciſion dont les nôtres

n'étoient pas ſuſceptibles ; & la contraction doit être encore moindre à l'entrée des grands canaux. Ainſi en général, on ne peut guère ſe tromper en prenant pour ceux-ci $\frac{v^2}{700}$ pour la hauteur dûe à leur viteſſe. Cette quantité ſeroit l'expreſſion de la chûte qui doit ſe former à l'entrée d'un canal dont la largeur eſt uniforme ; & ſi on la retranche de la hauteur du réſervoir ſur le fond du canal, on aura la profondeur de la ſection uniforme.

CHAPITRE VI.

Expériences ſur le rapport entre la viteſſe moyenne d'un courant uniforme, & les viteſſes à la ſurface & au fond du courant.

384. QUOIQUE la connoiſſance de la viteſſe moyenne uniforme de l'eau, dans un lit quelconque, fût l'objet principal de nos expériences ſur le canal factice, il étoit cependant très-important de découvrir, par le même moyen, s'il exiſte un rapport entre les trois viteſſes les plus remarquables de tout courant réglé, ſavoir, celle de la ſurface au milieu de la largeur du lit, celle du fond au milieu de la même largeur, & celle que nous appelons moyenne, qui donne la dépenſe quand on la multiplie par la ſection.

On ſait combien il eſt difficile de meſurer la viteſſe des filets d'eau inferieurs dans une rivière ou dans un canal en grand. Les aſpérités du fond, le défaut de limpidité de l'eau, l'imperfection des méthodes connues, bien d'autres inconvéniens dans la pratique, rendent cette meſure preſque impoſſible. Nous n'avions aucuns de ces défauts dans notre canal; le fond étoit uni, la pente uniforme & bien réglée: l'eau étoit aſſez tranſparente pour appercevoir un petit corps à travers dix ou douze pouces de profondeur d'eau; & ſans aucun inſtrument nous pouvions meſurer à l'œil les viteſſes du fond. Rien ne nous manquoit donc pour la meſure des trois viteſſes; & ſi le réſultat de nos expériences ne répond pas toujours à une préciſion très-rigoureuſe, on voit du moins une marche générale ſuivie; & on peut aſſigner les cauſes des irrégularités qu'on y obſerve.

Préparation aux expériences.

385. Le moyen de connoître la viteſſe ſuperficielle de l'eau, au milieu de la largeur de ſon lit, conſiſtoit à jeter au milieu du courant un très-petit flotteur de bois de chêne, de 3 à 4 lignes en quarré d'étendue, ſur moins d'une ligne d'épaiſſeur; & d'obſerver (l'air étant calme, & la montre à ſecondes à la main) combien de temps elle mettoit à parcourir les 10 dernières toiſes

de la longueur du canal, mesurées exprès, & marquées sur les madriers qui en formoient le bord.

La mesure de la viteſſe au fond exigeoit plus de précautions. Pour l'avoir avec une préciſion ſatisfaiſante, il ſalloit un corps rond propre à rouler facilement ſur le fond du canal : il étoit convenable que ce corps fût d'un petit diamètre pour que ſon centre de percuſſion répondit à un filet d'eau très-voiſin du fond, & que ſa peſanteur ſpécifique ſurpaſſât peu celle de l'eau. Enfin il falloit qu'il pût aiſément s'appercevoir à travers l'eau, afin de le ſuivre des yeux, & de tenir compte du nombre de ſecondes qu'il emploieroit à parcourir la longueur de 60 pieds.

386. Nous employâmes d'abord, pour remplir tous ces objets, de petites boules faites avec le même maſtic qui nous avoit ſervi à garnir les joints du canal : il étoit compoſé de $\frac{2}{3}$ de ſuif, $\frac{1}{3}$ de cire jaune, & un peu de ſciure de bois, de ſorte qu'étant fondu & mélangé, il étoit d'une couleur obſcure & preſque noire : ſa peſanteur ſpécifique étoit telle, que quand il n'avoit pas été mouillé, il ſurnageoit ; mais quand il avoit été manié dans l'eau, il alloit au fond. L'ayant peſé dans l'eau, j'ai trouvé qu'il y perdoit $\frac{13}{14}$ de ſon poids. On en faiſoit une petite boule d'une ligne & demie ou deux lignes de diamètre, & l'ayant jetée dans le milieu du courant, un peu au deſſus du point où commençoient les 10 toiſes

mesurées, on comptoit le nombre de secondes qu'elle employoit à parcourir ces 10 toises : mais si elle s'écartoit du milieu du lit, son mouvement étoit plus lent, & on recommençoit l'expérience. Il est clair que sa vitesse devoit être presque aussi grande que celle de l'eau qui l'entraînoit ; & que, s'il y avoit de la différence, elle ne pouvoit être qu'en moins.

387. Quelque contens que nous fussions des boules de mastic, nous eûmes cependant lieu de desirer de nous en procurer d'autres qui fussent plus aisées à appercevoir, quand la profondeur du courant étoit un peu considérable ; & nous avions lieu de craindre que la rondeur des premières n'étant pas parfaite, ni leur surface très-lisse, elle ne nous donnassent des vitesses trop petites. Nous employâmes, avec le plus grand succès, des groseilles rouges que l'occasion nous fit trouver sous la main, & nous les trouvâmes très-propres à notre objet. On sait que leur surface est très-lisse, leur figure bien sphérique, leur pesanteur spécifique fort approchante de celle de l'eau ; & elles ont de plus la propriété de rouler toujours sur leur équateur, en tournant sur l'axe qui passeroit par l'œil & par la queue du fruit. Nous avons trouvé qu'en effet leur vitesse étoit plus grande que celle des boules de mastic, dans le rapport de 15 à 13 ; & j'ai tenu compte de cette différence dans les expériences où nous n'avions employé que des boules de mastic.

388.

388. Voici quatre expériences préliminaires, dont le but eſt d'obſerver comment les viteſſes de l'eau vont en croiſſant du fond à la ſurface.

CENT DIX-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Profondeur moyenne, aſſez uniforme, dans le canal trapèze, ...	po. 1
Viteſſe à la ſurface, au milieu de la largeur du canal, 60 pieds parcourus en 52 ſecondes, ou par ſeconde, . . .	13,84
Viteſſe au fond, avec une boule de maſtic de 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre, 60 pieds en 85″; qui, augmentée dans le rapport de 13 à 15, donne	9,77
Viteſſe avec une boule de maſtic de 4 lignes de diamètre, 60 pieds en 80″; laquelle, augmentée dans le même rapport, donne par ſeconde, . . .	10,38
Viteſſe avec une boule de maſtic de 6 lignes, 60 pieds en 71″ $\frac{1}{2}$; laquelle, augmentée de même, donne par ſeconde, ...	11,61
Viteſſe avec une boule de maſtic de 9 lignes, 60 pieds en 69″; laquelle, augmentée dans le même rapport, donne par ſeconde, ...	12,03

CENT DIX-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

Profondeur moyenne, aſſez uniforme, dans le canal trapèze, ...	po. 3,834

	po.
Viteſſe moyenne, preſque uniforme .	20,57
Viteſſe uniforme à la ſurface du courant,	28,8
Viteſſe au fond, avec une boule de maſtic de 2 lignes de diamètre, 60 pieds en 52″ $\frac{1}{2}$; qui, augmentée dans le rapport de 13 à 15, donne	15,82
Viteſſe avec une boule de 4 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre, 60 pieds en 47″ $\frac{1}{2}$; laquelle, augmentée de même, donne . . .	17,32
Viteſſe avec une boule de 9 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre, 60 pieds en 42″; laquelle, augmentée de même, donne	19,77
Viteſſe avec une boule de 15 lignes de diamètre, 60 pieds en 38″; laquelle, augmentée de même, donne . . .	21,85
Viteſſe avec une boule de 20 lignes de diamètre, 61 pieds en 35″; laquelle, augmentée de même, donne . . .	23,73

CENT DIX-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Nota. Dans cette expérience, le courant étoit bien réglé, & le mouvement uniforme : c'eſt la même que l'expérience D du tableau précédent.

	po.
Profondeur uniforme de l'eau dans le canal trapèze, ...	2,834
Viteſſe moyenne uniforme du courant, par ſeconde, ...	18,28
Viteſſe du courant à la ſurface, 60 pieds en 31″ $\frac{1}{2}$, ou par ſeconde, . . .	22,85

Viteſſe au fond, avec une boule de maſtic de 2 lignes de diamètre, 60 pieds en 58″; laquelle, augmentée dans le rapport de 13 à 15, donne . . . pi. 14,32

Viteſſe avec une boule de 4 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre, 60 pieds en 53″ $\frac{1}{2}$; qui, augmentée de même, donne 15,52

Viteſſe avec une boule de maſtic de 9 lignes de diamètre, 60 pieds en 48″; laquelle, augmentée de même, donne 17,30

Viteſſe avec une boule de maſtic de 15 lignes de diamètre, 60 pieds en 41″; laquelle, augmentée de même, donne 20,26

Viteſſe avec une boule de maſtic de 20 lignes de diamètre, 60 pieds en 40″; laquelle, augmentée de même, donne 20,76

CENT VINGTIÈME EXPÉRIENCE.

Nota. Cette expérience eſt la même que l'expérience F du tableau précédent; le courant étoit bien uniforme, & la viteſſe moyenne de . . . . . pi. 22,37

Profondeur uniforme de l'eau dans le canal, ... 4,333

Viteſſe du courant à la ſurface, 60 pieds en 24″, ou par ſeconde, ... 30,0

Viteſſe du fond, meſurée avec une boule de maſtic de 4 lignes de diamètre, 60 pieds en 38″; laquelle, augmentée comme ci-deſſus, devient 21,86

Viteſſe avec une boule de maſtic de 12 lignes de diamètre, 60 pieds en 35″ $\frac{1}{2}$; laquelle, augmentée comme ci-deſſus, devient . . . . . po. 23,40

Viteſſe avec une boule de 15 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, 60 pieds en 33″ $\frac{1}{2}$, qui, augmentée de même, donne . . . 24,79

Viteſſe avec une boule de 20 lignes de diamètre, 60 pieds en 32″ $\frac{1}{2}$; qui, augmentée de même, donne . . . 25,55

389. Ces expériences prouvent, d'une manière évidente, que les viteſſes des filets d'eau vont en croiſſant depuis le fond d'un courant réglé juſqu'à ſa ſurface. Il ne reſte plus qu'à chercher, par un nombre d'expériences ſuffiſant, s'il exiſte un rapport conſtant entre les viteſſes de la ſurface & du fond, ou ſi ce rapport eſt variable avec les viteſſes. Voici pour cet effet le tableau général des expériences que nous avons faites ſur les viteſſes de la ſurface & du fond, comparées à la viteſſe moyenne. Entre toutes ces expériences, dont le nombre eſt de 48, on remarquera celles au numero deſquelles on a joint pour cote une lettre de l'alphabet. Ce ſont les mêmes qu'on a déja rapportées §. 377, dans leſquelles le courant étoit bien réglé; elles ſe trouvent jointes ici à pluſieurs autres, qui, quoique moins parfaites, étoient cependant aſſez exactes pour en conclure le rapport que nous cherchons.

On a marqué dans ce tableau les pentes du canal, sa figure & sa profondeur, les viteſſes à la ſurface & au fond du courant, & la viteſſe moyenne déduite de la dépenſe effective du canal dans chaque expérience.

Tableau d'expériences ſur le rapport des viteſſes de l'eau à la ſurface d'un courant, comparées à celles du fond & aux viteſſes moyennes.

Numéros & côtes des expérience	PENTES du canal factice	FIGURE du canal.	PROFONDEUR du courant, exprimée en pouces	VITESSES par ſeconde à la ſurface du courant, exprimée en po	VITESSES par ſeconde au fond du courant, exprimée en po	VITESSE moyenne par ſeconde du courant, exprimée en po.
			po.	po.	po.	po.
121. Y	1/9288	Rectangulaire	4,0	6,05	2,03	4,59
122.	1/9288	Rectangulaire	5,834	8,08	*2,94	5,76
123.	1/9288	Rectangulaire	7,0	7,82	2,94	6,32
124. Z	1/9288	Rectangulaire	9,0			5,704
125.	1/9288	Rectangulaire	9,666	8,88	3,73	7,83
126. M	1/1728	Trapèze.	2,333	10,91	5,95	8,94
127. S	1/1412	Rectangulaire	2,042	11,52	5,76	9,19
128. N	1/1728	Trapèze.	3,333		5,45	9,71
129.	1/9288	Rectangulaire		14,69	7,65	10,97
130. T	1/1412	Rectangulaire	3,0	16,0	8,57	12,10
131. O	1/1728	Trapèze.	3,834			12,34
132. R	1/939	Rectangulaire	2,0			13,56
133. V	1/3412	Rectangulaire	4,416	17,14	9,86	14,17
134.	1/1857	Rectangulaire	4,0	18,94	11,25	15,34
135. X	1/1412	Rectangulaire	5,957	19,20	10,28	15,55
136.	1/3857	Rectangulaire.	4,166	21,17	12,0	15,63
137.	1/427	Trapère.	2,207		12,85	15,65
138. D	1/427	Trapèze.	2,834	22,85	14,40	18,28
139.	1/1728	Trapèze.	8,166	23,22	15,0	18,13
140.	1/928	Rectangulaire.	3,0	24,0	15,65	18,57

Numéros & cotes des expériences.	Pentes du canal à facine.	FIGURE du canal.	Profondeur du courant, exprimée en pouces	Vitesses par seconde à la surface du courant, exprimées en pouces.	Vitesses par seconde au fond du courant, exprimées en pouces.	Vitesses moyennes par seconde de courant, exprimées en pouces.
			po.	po.	po.	po.
141.	$\frac{1}{3537}$	Rectangulaire.	6,0	24,0	15,65	20,03
142.	$\frac{1}{3857}$	Rectangulaire.	7,166	24,0	15,65	20,96
143. P	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	2,0	24,82	16,74	20,24
144. E	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	3,666			20,30
145.	$\frac{1}{398}$	Rectangulaire.	4,0	26,66	16,55	20,34
146.	$\frac{1}{423}$	Trapèze.	3,834			20,37
147.	$\frac{1}{392}$	Rectangulaire.	4,416	28,8	18,95	22,68
148. A	$\frac{1}{392}$	Trapèze.	2,166	28,8	19,45	23,51
149. F	$\frac{1}{427}$	Trapèze.	4,333	30,0	20,26	22,37
150.	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	4,5	30,0	20,26	22,63
151. G	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	4,666	31,3	20,57	23,54
152.	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	2,957	31,3	21,18	25,6
153.	$\frac{1}{338}$	Rectangulaire.	7,25	31,3	21,49	26,94
154.	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	3,666	32,72	21,81	27,49
155. C	$\frac{1}{412}$	Trapèze.	6,0			27,24
156.	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	6,666			28,29
157. H	$\frac{1}{418}$	Trapèze.	6,75	34,28	22,5	28,52
158.	$\frac{1}{452}$	Rectangulaire.	3,374	36,0	22,5	26,15
159.	$\frac{1}{3857}$	Rectangulaire.	10,083	36,0	24,83	26,45
160. Q	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	5,0	36,0	24,83	28,29
161. B	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	4,666			28,92
162. I	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	7,5			30,16
163.	$\frac{1}{452}$	Trapèze.	7,75			31,58
164. K	$\frac{1}{422}$	Trapèze.	7,917	37,89	26,66	31,89
165. L	$\frac{1}{452}$	Trapèze.	8,083			32,52
166.	$\frac{1}{922}$	Rectangulaire.	9,333	42,34	30,0	40,24
167.	$\frac{1}{205}$	Rectangulaire.	3,083	48,0	33,48	38,99
168.	$\frac{1}{258}$	Rectangulaire.	4,917	48,0	34,28	41,0

Observations sur ces expériences.

390. Plus les vîtesses à la surface sont petites, plus les vîtesses au fond sont avec elles en petit rapport ; & au contraire, plus les vîtesses à la surface sont grandes, plus celles au fond approchent de les égaler. Ainsi, quand les premières sont égales à $9^{po.}$, $16^{po.}$, $25^{po.}$, $36^{po.}$, $49^{po.}$; c'est-à-dire, aux quarrés des nombres naturels, $3^{po.}$, $4^{po.}$, $5^{po.}$, $6^{po.}$, $7^{po.}$, les secondes sont sensiblement égales à $4^{po.}$, $9^{po.}$, $16^{po.}$, $25^{po.}$, $36^{po.}$; c'est-à-dire, aux quarrés des mêmes nombres naturels diminués d'une unité, comme nous l'avons observé ci-devant (66) ; en sorte que nommant V la vîtesse à la surface, & U celle du fond, on a $U=(\sqrt{V}-1)^2$, quand ces vîtesses sont exprimées en pouces ; & $U=\left(\sqrt{V}-\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2$, quand elles sont exprimées en pieds.

391. Les expériences 121, 126, 130, 133, 135, 138, 143, 157, 160 & 164, font voir encore que la vîtesse moyenne d'un courant uniforme & réglé, est à-peu-près moyenne proportionnelle arithmétique entre celles de la surface & du fond : ce qui fournit un moyen facile de connoître la dépense d'une rivière, par la seule mesure de sa section, & de la vîtesse de l'eau à sa surface ; en supposant néanmoins que le mouvement de l'eau dans les grands lits soit entière-

ment ſemblable à celui de l'eau dans les petits lits.

Il eſt très-probable que la loi qui s'obſerve à cet égard dans les lits de figure irrégulière, ſeroit ſuivie à la rigueur dans des lits circulaires, comme les tuyaux de conduite ; c'eſt-à-dire, qu'il exiſte, pour chaque viteſſe moyenne, un rapport conſtant entre cette viteſſe & celles de l'axe du tuyau & de ſa paroi. Ce rapport ne peut pas s'écarter de celui qu'on trouve par les formules du §. 66.

392. Il paroît par les expériences 117, 118, 119 & 120, que, dans la ſection longitudinale faite au milieu d'un courant réglé, la viteſſe moyenne répond à une aſſez petite hauteur au deſſus du fond, entre le $\frac{1}{6}$ & le $\frac{1}{8}$ de la profondeur totale du courant. Nos expériences ne ſont pas aſſez déciſives à cet égard, n'ayant pas été faites directement pour cet objet. D'ailleurs, la viteſſe des boules de maſtic ne donne pas la meſure exacte de la viteſſe qui répond à leur centre, puiſque nous avons éprouvé que d'autres corps plus parfaits par leur figure, alloient ſenſiblement plus vîte. Mais une remarque qu'il eſt bon de faire ici, puiſque je parle des viteſſes inférieures d'un courant, eſt que, ſi l'on n'y prend garde, la réfraction fait juger les viteſſes vers le fond beaucoup plus grandes qu'elles ne ſont en effet, quand on ſe contente d'obſerver la marche de quelques petits corps voiſins du fond : car ſi

l'œil étant immobile à une médiocre hauteur au deſſus de la ſurface de l'eau, on compare la viteſſe de ces petits corps avec celle d'un autre qui ſe meut à la ſurface, il y a une erreur d'optique conſidérable; parce que, dans ce cas, le ſinus de l'angle d'incidence ABC du rayon viſuel, Fig. 36. eſt au ſinus de l'angle de réfraction DCE, comme 4 eſt à 3, & que l'œil B rapporte en G le lieu du corps, qui ſe trouve réellement en E.

393. Pour vérifier d'une autre manière l'augmentation des viteſſes d'un courant, en montant du fond à la ſurface, nous plongeâmes dans l'eau du canal un moulinet à quatre aîles, qui n'avoit en tout que 19 lignes de diamètre, & qui étoit très-mobile ſur ſon axe. Quand il étoit ſuffiſamment plongé dans un courant uniforme, & qu'il n'occaſionnoit pas un remou ſenſible à la ſurface, il tournoit à la manière des roues à pots, c'eſt-à-dire, que l'aîle ſupérieure précédoit l'inférieure; & le nombre des tours qu'il faiſoit étoit aſſez exactement proportionnel à la viteſſe moyenne du courant.

394. Voici quelques expériences ſur ce mouvement. Le diamètre total du volant étoit, comme je l'ai dit, de 19 lignes; chaque aîle avoit 8 lignes de largeur ſur 13 lignes de longueur; l'axe étoit plongé juſqu'à la moitié de la profondeur du courant; la quatrième colonne indique le nombre de tours que le volant faiſoit en 15 ſecondes.

Numéros des expérienc.	Profondeur du courant, exprimée en pouces.	Vitesse à la surface, exprimée en pouces.	Vitesse au fond, exprimée en pouces	Nombre de tours du volant, en 15 sec
	po. lig.	po.	po	tours
169.	4 5	28,8	18,9	29
170.	8 0	24,8	16,0	28
171.	3 0	24,0	15,6	25
172.	2 0	18,0	12,0	16
173.	4 11	8,67	2,34	8
174.	9 0	3,8	1,7	$5\frac{1}{2}$

395. Enfin, nous avons répété une expérience faite autrefois par M. Mariotte, sur le même sujet. Nous prîmes deux globes de verre, creux, & ayant chacun environ 2 pouces 8 lignes de diamètre; nous les leſtâmes, en y introduiſant du plomb, en ſorte que l'un étoit plus léger que l'eau, & devoit flotter à ſa ſurface; l'autre étoit plus peſant, & conſervoit dans l'eau un poids de 42 grains. On les attacha ſucceſſivement enſemble avec des fils de différentes longueurs, tellement que leurs centres étoient à 13 po., 25 po., & 36 po. de diſtance l'un de l'autre; & ils furent lâchés dans le courant d'un canal qui avoit 28 pieds de largeur, & 3 pieds 6 pouces de profondeur, avec une viteſſe à la ſurface de 17,48 po. par ſeconde. Le plus peſant des deux globes, après avoir tendu le fil qui le joignoit au globe ſupérieur, reſtoit en arrière, tandis que celui-ci le précédoit, en tirant ſur lui; ce qui faiſoit prendre aux fils des inclinaiſons que nous ne pûmes pas obſerver. Les

viteſſes communes des globes, pour les trois différentes longueurs de fil que je viens de dire, furent de 17,30 po., 17,12 po., & 16,77 po. : ce qui fait voir que plus le globe inférieur approchoit du fond, plus ſa viteſſe retardée communiquoit de retardement au globe ſupérieur. L'expérience ne permet donc plus de douter que les viteſſes d'un courant réglé & uniforme n'aillent en diminuant de la ſurface au fond ; & que ſi on trouve le contraire, ou des irrégularités dans cet ordre général, elles procèdent des cauſes particulières qui troublent le régime naturel, comme des inégalités conſidérables au fond du lit, une chûte dans ſon cours, ou la préſence d'un corps flottant, qui gêne la marche des filets ſupérieurs.

CHAPITRE VII.

Du régime des rivières, & de la réſiſtance des différens fonds.

396. CE n'eſt qu'en étudiant le cours des rivières en grand, dans les différentes contrées d'un royaume, & même dans toutes les parties du globe, qu'on pourroit ſe flatter de recueillir aſſez d'obſervations pour aſſigner la ténacité des terrains différens, & déterminer la viteſſe qui convient à un courant, pour qu'il ne ſe forme ni

dépôts, ni fouilles. Il y a une variété si grande dans la combinaison des parties qui constituent le fol d'un lit, qu'il ne peut y avoir de règle générale pour fixer cette viteſſe. Des voyageurs instruits rendroient un grand ſervice aux ſciences, en obſervant avec ſoin quelle eſt la viteſſe à la ſurface des différens fleuves de la terre, leur ſection moyenne, & la nature du terrain dans lequel ils coulent. Mais des remarques de cette nature ne peuvent ſe faire & être raſſemblées, qu'avec beaucoup de temps; & il importoit de faire à cet égard au moins un eſſai, en profitant de notre canal factice. C'eſt dans cette vue que nous avons tenté les expériences dont nous allons rendre compte.

Objet des expériences ſur le régime des rivières.

397. On ſait que, lorſqu'une rivière ou un canal quelconque, coulent ſur un fond qui ne ſe laiſſe point entamer par l'action de l'eau, leur lit a de la ſtabilité, c'eſt-à-dire, qu'il n'eſt point ſujet à s'approfondir, à changer de place; ni à attaquer les poſſeſſions des riverains, par des fouilles & des éboulemens. Le contraire arrive quand le ſol du lit n'a pas une ténacité proportionnée à la viteſſe du courant. Il eſt donc néceſſaire de connoître le rapport qui exiſte entre l'action de l'eau & la ténacité du lit. Par là,

on ſera à même de déterminer quelle pente & quelle capacité il faut donner à un courant pour qu'il coule ſans danger dans un terrain d'une nature donnée ; ou au contraire, quelle viteſſe il faut produire pour nettoyer, curer & approfondir un canal ou un chenal, ſelon la figure, la groſſeur & la peſanteur ſpécifique des matières que les chaſſes d'eau doivent entraîner.

Nous avons appelé *viteſſe de régime*, celle qui convient à un courant, pour ne pas creuſer ni combler ſon lit. Quand on cherche à connoître la viteſſe de régime du lit d'une rivière donnée, il ne ſuffit pas de meſurer celles qu'ont ſes eaux dans l'état moyen où elles ne ſont point troubles, & où par conſéquent elles n'ont aucune diſpoſition à former des dépôts : car il peut ſe faire alors ou que cette viteſſe ſoit au deſſous de celle qu'on cherche, ou que le lit ſoit formé de ſable ou d'autres matières peſantes & graveleuſes, qui ne ſe mêlent point avec l'eau, quoiqu'elles ne laiſſent pas d'être entraînées par ſon action. Il faut donc s'aſſurer que le fond du lit eſt dans un état de repos actuel ; mais qu'il ceſſeroit d'y être, ſi la viteſſe acquéroit un degré de plus.

398. Les molécules ou les petits corps qui doivent réſiſter à l'impulſion de l'eau, peuvent différer entre eux par la groſſeur, la figure & le poids. Un corps, dont la peſanteur ſpécifique ſera la même que celle de l'eau, cédera à la moindre viteſſe ; mais s'il eſt plus peſant, l'excès

de ſa peſanteur ſur celle de l'eau le retient au fond, tant que le choc de l'eau n'eſt pas capable de vaincre ſon frottement ou ſon inertie. S'il eſt d'un volume très-petit, quoique plus peſant que l'eau, il ne ſera fixé que par une très-petite force, qui cédera à une viteſſe du fluide très-bornée. Enfin, ſi ce corps eſt arrondi, & d'une figure propre à rouler, il aura moins de ſtabilité que s'il eſt plat, anguleux & fort irrégulier.

Nous nous ſommes contentés de ſoumettre à l'expérience les matières qui ſe rencontrent le plus ſouvent dans la nature, comme l'argile, le ſable, le gravier, les galets, les pierres à fuſil : on pourra juger des autres par induction. Si on ſuppoſe l'action de l'eau proportionnelle au produit des ſurfaces choquées, par le quarré de la viteſſe, & l'inertie ou la réſiſtance proportionnelle au poids dans l'eau & à la figure, il ſera facile de tirer quelque parti de nos expériences.

Préparation aux expériences.

399. J'ai peſé dans l'air, & enſuite dans l'eau, les matières ſuivantes, pour trouver le rapport entre leur peſanteur ſpécifique & celle de l'eau.

Eau.	Argile.	Gros ſable.	Gravier de la Seine.	Galets de mer.	Silex opaque blanchâtre.
1,000.	2,64.	2,36.	2,545.	2,614.	2,25.

Ces matières ont été expoſées au courant de l'eau, dans le fond du canal factice, dont on

augmentoit ou diminuoit la viteſſe à volonté. Dans chaque cas, la viteſſe du fond étoit meſurée par les moyens ordinaires, indiqués au chap. 6e. Mais comme le gravier de la Seine pouvoit ſe diſtinguer en trois claſſes, où ſes petites maſſes différoient en groſſeur, & cédoient à des viteſſes différentes, on les a rangées en trois colonnes. Le mot *régime* ſignifie qu'à la viteſſe qui y répond, les matières ſoumiſes à l'épreuve avoient de la ſtabilité ; mais qu'à un degré de viteſſe de plus, elles étoient emportées par le courant.

Tableau du Régime de différentes matières.

Viteſſe du cour. au fond du canal par ſec	ARGILE brune propre à la poterie	GROS ſable jaune.	GRAVIER de la Seine, gros comme une graine d'anis	GRAVIER de la Seine, gros comme un pois au plus.	GRAVIER de la Seine, gros comme une petite fève de mar	GALETS de mer, arrondis, d'un po. de diam au plus.	PIERRE à fuſil, anguleuſe, du volume d'un œuf de poule
pö.							
45	Emportée	Emporté.	Emporté.	Emporté.	Emporté.	Emportés	Emportée
36	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Régime.
24	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Régime.	Stable.
17,5	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Stable.	Idem.
12	Idem	Idem.	Idem.	Idem.	Régime.	Idem.	Idem.
8	Idem.	Régime.	Idem.	Idem.	Stable.	Idem.	Idem.
7	Idem.	Stable.	Idem.	Régime.	Idem.	Idem.	Idem.
6	Dépoſe du gable fin	Idem.	Idem.	Stable.	Idem.	Idem.	Idem.
4	Idem.	Idem.	Régime.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
3	Régime.	Idem.	Stable.	Idem.	Idem.	Idem	Idem.

Observations sur ces expériences.

400. On peut relire (§. 70 & suiv.) ce que j'ai déja dit sur la manière dont un courant travaille son lit, quand le fond est de sable, & de quelle façon se fait le transport des molecules, auxquelles leur pesanteur ou leur grosseur ne permet pas de se mêler avec l'eau, & d'en troubler la limpidité. J'ai vu des sillons de sable formés dans le fond du lit de la Hayne, dont on avoit détourné les eaux; leur disposition étoit la même que dans notre canal factice, & la marche progressive s'y exécutoit sans doute de la même manière. Ce n'est pas que cette rivière charie par elle-même du sable, puisqu'elle coule habituellement dans l'argile; mais on est dans l'usage à Mons de sabler les chambres, & de balayer quelques jours après ce sable dans les rues, où on le dispose par petits monceaux: la pluie l'entraîne dans la rivière, d'où il vient, petit-à-petit, jusqu'à Condé, en employant vraisemblablement plus de deux ans pour faire ce trajet, qui est d'environ sept lieues par eau.

Il pourroit se faire néanmoins qu'une rivière qui coule dans un sol d'argile, charriât du sable dans le fond de son lit, par une autre cause. Il est peu d'argile si pure qu'elle ne contienne du sable que les ravins & les ruisseaux apportent dans son lit, dans le temps des orages & des grandes pluies.

pluies. L'argile confondue avec le ſable, par la rapidité du courant de ces ruiſſeaux, trouve dans le lit des rivières une viteſſe encore aſſez grande pour l'emporter & la mêler avec l'eau, qu'elle rend trouble & jaunâtre; mais le ſable ſe précipite dans le fond, où il eſt réduit à rouler lentement & par relais, comme je l'ai expliqué (72). Ainſi, quoiqu'il ſoit d'une peſanteur ſpécifique moindre que l'argile, il ne laiſſe pas de ſe précipiter plus tôt, & d'être entraîné moins vîte par le courant, à cauſe de la groſſeur de ſes molécules, qui ne peuvent reſter ſuſpendues dans l'eau.

401. Avant de finir cet article, qui regarde le régime des rivières, dont je n'aurai plus occaſion de parler, il eſt bon de faire cette remarque générale: nous avons trouvé que, lorſque le mouvement de l'eau dans un lit quelconque, eſt parvenu à une uniformité parfaite, la ſomme de toutes les réſiſtances qu'éprouve la veine fluide, ſoit de la part de l'attraction des parois, ſoit par le frottement, ſoit par la viſcoſité du fluide qui s'oppoſe à la ſéparation de ſes élémens, eſt égale au produit de la maſſe d'eau en mouvement par la pente du lit. Or il en eſt de même de la réſiſtance particulière qu'eſſuie chaque molécule d'eau élémentaire. Elle eſt auſſi égale à ſa maſſe multipliée par la pente du lit, en quelque endroit de la ſection qu'elle puiſſe être placée. Et comme dans un même lit le produit de ces deux quan-

tités eſt conſtant, il faut conclure que la réſiſtance d'une particule eſt une quantité conſtante, en quelque lieu de la ſection qu'on la ſuppoſe placée. Mais comme une partie de la réſiſtance eſt relative à la viteſſe, il arrive que, quand l'autre partie de cette réſiſtance qui vient de l'attraction des parois ou de la viſcoſité, vient à augmenter, la viteſſe diminue, autant qu'il eſt néceſſaire pour que la loi de l'égalité ſoit ſuivie.

CHAPITRE VIII.

Expériences en grand ſur un canal de deſſéchement, & ſur la rivière de la Haine.

402. POUR qu'une théorie ſoit générale, il faut qu'elle embraſſe tous les cas, & que la marche de la nature y ſoit ſuivie, depuis les plus petits phénomènes juſqu'aux plus grands. Nos premières expériences du chap. 1er, offrent le tableau du mouvement de l'eau dans les plus petits lits où elle puiſſe couler. Les tuyaux de conduite, depuis le diamètre d'un pouce, juſqu'à celui de 18 pouces, employé par M. Coupler, y compris les excellentes expériences de M. l'abbé Boſſut, ſur des tuyaux de 16 lignes & de 2 pouces, font connoître le mouvement de l'eau dans des lits

moyens, assez petits encore par eux-mêmes, mais très-grands en comparaison des tuyaux de verre. Nos expériences sur le canal factice, tiennent à-peu-près le même rang de grandeur que celles de M. Coupler. Il restoit donc à en faire sur des canaux & sur de véritables rivières, pour compléter le tableau, en embrassant les deux extrêmes de petitesse & de grandeur.

Préparation aux expériences.

403. Pour qu'une expérience sur le mouvement de l'eau dans un canal ou dans une rivière, soit recevable, il faut, 1°. que le courant soit uniforme & réglé ; 2°. qu'on connoisse exactement la section & la paroi du lit ; 3°. qu'on mesure la pente avec précision.

Pour remplir la première condition, nous avons choisi un canal de dessèchement, qui sert à écouler les eaux des prairies de Valenciennes & de Condé, nommé le Canal du Jard ou de la Boucaude. Au dessous du village du Vieux-Condé, ce canal est droit, sur une longueur de 1100 toises, & le fond de son lit est aussi uni qu'il soit possible d'en trouver : c'est vers le milieu de cette longueur que nous choisîmes l'emplacement de nos expériences. Nous n'eûmes pas tout-à-fait le même avantage dans celles que nous fîmes sur la rivière de la Haine. Les sinuosités y sont très-fréquentes ; il a fallu nous contenter d'une partie

preſque droite de ſon cours, qui étoit précédée & ſuivie de deux coudes très-adoucis, c'eſt-à-dire, qui formoient des angles fort ouverts.

Pour connoître la ſection & la paroi des lits du canal & de la Haine, nous meſurâmes une baſe de 240 toiſes le long du canal, & de 184 toiſes 2 pieds le long de la rivière. On planta des piquets à chaque extrémité de ces baſes, & enſuite on leva en travers pluſieurs profils, dont la ligne de niveau étoit rapportée au ſommet de ces piquets, & au niveau actuel de l'eau, afin de pouvoir dans la ſuite connoître le rapport de grandeur de ſection & de la paroi dans chaque expérience, en les comparant aux profils primitifs.

La meſure de la pente étoit l'opération la plus délicate & la plus importante; il falloit avoir la certitude de n'y pas commettre une erreur d'une demi-ligne, & aucun inſtrument ne pouvoit atteindre à cette préciſion. Voici le moyen que nous nous déterminâmes à employer.

Il régnoit le long du canal, & preſqu'à fleur-d'eau, une berme de 6 pieds de largeur, dans laquelle étoient plantés les deux piquets dont j'ai parlé, diſtans l'un de l'autre de 240 toiſes; on pratiqua, dans toute la longueur de cette berme, un petit foſſé d'environ 9 pouces de largeur, ſur autant de profondeur, qui aboutiſſoit aux deux piquets. Le terrain étoit argileux, & tenoit l'eau paſſablement; on en remplit la rigole, &

après avoir attendu un temps assez long pour que le niveau pût s'établir, deux observateurs, placés aux deux piquets, commencèrent, à une heure convenue, à mesurer de combien la tête de chaque piquet étoit plus élevée que l'eau de la rigole; ce qu'ils répétèrent de 5 en 5 minutes, pendant environ une demi-heure. Ensuite on compara les observations qui correspondoient aux mêmes instans pendant cette durée. Cette comparaison donna constamment la même différence de niveau d'un piquet à l'autre : car, quoique l'eau baissât dans la rigole, d'environ une ligne pendant 5 minutes, par l'infiltration des eaux dans la terre, cette diminution se faisoit si également sur toute la longueur, que la différence des hauteurs des deux piquets au dessus de l'eau étoit constamment la même. Nous nous crûmes donc en droit d'en conclure de combien un des piquets étoit plus élevé que l'autre; c'est-à-dire, que nous obtînmes un niveau parfait sur 240 toises de longueur. Cette base une fois donnée, nous étions en état de mesurer la pente du canal dans chaque expérience. Il ne falloit pour cela que fermer la rigole près de chaque piquet, & en ouvrir deux autres petites qui amenassent l'eau du canal directement au pied de chaque piquet, en traversant la largeur de la berme. Nous avions donné beaucoup de solidité à ces piquets; ils avoient 3 pouces en quarré, & 3 pieds de longueur. Leur tête coupée bien quarrément, étoit

garnie d'une frette de fer, dont le deſſus ſervoit de repaire.

C'eſt avec ces précautions que nos expériences ont été faites, tant ſur le canal du Jard que ſur la Haine. Nous avons obſervé à cette rivière des pentes très-petites, parce que ſes eaux étoient ſoutenues par une écluſe ſituée environ 300 toiſes au deſſous du lieu où nous faiſions nos expériences.

404. Nous n'avons pu meſurer que les vîteſſes à la ſurface, & priſes dans le milieu de la largeur du lit. Pour en déduire la viteſſe moyenne, il faut avoir recours à la règle du §. 60: mais il eſt néceſſaire d'obſerver que les expériences ſur le canal de deſſèchement ont été faites lorſqu'il étoit dans deux états bien différens. Le premier, avant qu'on eût coupé les roſeaux dont ſon fond ſe garnit tous les étés; & nous avons dû trouver dans ce cas, des viteſſes beaucoup trop petites. Le ſecond, après avoir fait couper ces roſeaux avec ſoin, de ſorte qu'il n'y en reſtoit qu'une très-petite quantité. Ainſi, on peut regarder les viteſſes moyennes uniformes, déduites de l'expérience, dans le ſecond état du canal, comme étant encore un peu trop petites, mais approchant cependant beaucoup de l'exactitude. Quant à celles de la Haine, elles n'ont pas le même inconvénient, parce que ſon lit eſt très-net.

Canal du Jard.

CENT SOIXANTE-QUINZIÈME EXPÉRIENCE.

Les roſeaux n'avoient pas encore été coupés.

	po.	lig.
Pente de la ſurface de l'eau, ſur 240 toiſes, ...		23 $\frac{1}{4}$
Viteſſe à la ſurface, 60 toiſes parcourues en 4′ 8″ ou par ſeconde, ...	17,419	
Section moyenne du canal, exprimée en pouces quarrés, ...	16252,00	
Paroi moyenne du lit du canal, exprimée en pouces, , .	402,00	

CENT SOIXANTE-SEIZIÈME EXPÉRIENCE.

Les roſeaux n'avoient pas encore été coupés.

	po.	lig.
Pente de la ſurface de l'eau, ſur 240 toiſes, ...		18
Viteſſe à la ſurface, 60 toiſes parcourues en 5′ 55″ ou par ſeconde, ...	12,169	
Section moyenne du canal, exprimée en pouces quarrés, ...	11905,00	
Paroi moyenne du lit du canal, exprimée en pouces, . .	366,00	

CENT SOIXANTE-DIX-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Les roſeaux avoient été coupés pour cette expérience & les ſuivantes.

	po.	lig.
Pente de la ſurface de l'eau, ſur 240 toiſes, ...		7. $\frac{1}{2}$
Viteſſe à la ſurface, 30 toiſes parcourues en 4′ 57″ ou par ſeconde, ...	7,27	
Section moyenne du lit du canal, exprimée en pouces quarrés, ...	6125,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . .	324,00	

CENT SOIXANTE-DIX-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente ſur 240 toiſes de longueur, ...		9 $\frac{1}{2}$
Viteſſe à la ſurface, 60 toiſes 2 pieds parcourus en 7′ 32″ ou par ſeconde, . . .	9,61	
Section moyenne du lit du canal, exprimée en pouces quarrés, ...	7858,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . .	340,00	

CENT SOIXANTE-DIX-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 240 toises de longueur, ...		7 $\frac{1}{2}$
Vitesse à la surface, 60 toises 2 pieds en 9′ 17″ $\frac{1}{2}$ ou par seconde, ...	7,79	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés,	7376,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	337,00	

CENT QUATRE-VINGTIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 240 toises de longueur, ...		13 $\frac{1}{2}$
Vitesse à la surface, 60 toises 2 pieds en 4′ 36″, ou par seconde, ...	15,74	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés,	10475,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	360,0	

Rivière de la Haine.

CENT QUATRE-VINGT-UNIÈME EXPÉRIENCE.

	lig.
Pente de la surface de l'eau de la rivière, sur 184 toises 2 pieds de longueur, . .	4 $\frac{1}{6}$

	po.	
Viteſſe à la ſurface, 46 toiſes 2 pieds en 4′ 5″, ou par ſeconde, ...	13,61	
Section moyenne du lit de la rivière, exprimée en pouces quarrés, ...	30905,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	568,00	

CENT QUATRE-VINGT-DEUXIEME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente ſur 184 toiſes 2 pieds de longueur, ...		26 $\frac{1}{2}$
Viteſſe à la ſurface, 46 toiſes 2 pieds en 1′ 35″, ou par ſeconde, ...	35,11	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés,	31498,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	569,00	

Nota. La viteſſe à la ſurface du courant, peut être regardée comme un peu trop grande, parce que, peu de temps avant l'expérience, on avoit ôté les poutrelles d'une écluſe de tenue, éloignée d'environ 400 toiſes du lieu de l'expérience.

CENT QUATRE-VINGT-TROISIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente ſur 184 toiſes 2 pieds de longueur, ...		4 $\frac{11}{24}$
Viteſſe à la ſurface, 46 toiſes 2 pieds en 3′ 29″, ou par ſeconde, ...	15,96	

	po.
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés,	39639,00
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	604,00

CENT QUATRE-VINGT-QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 184 toises 2 pieds de longueur, ...		24 $\frac{1}{6}$
Viteſſe à la ſurface, 46 toiſes 2 pieds en 1′ 45″, ou par ſeconde, ...	31,77	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés,	38838,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces, . . .	601,00	

Obſervations ſur ces expériences.

405. Dès l'année 1780, nous avions fait ſur le canal du Jard quelques expériences que je n'ai pas rapportées, parce que nous n'étions pas très-certains de l'exactitude des pentes. Nous les recommençâmes le printemps ſuivant, & nous fûmes très-ſurpris de trouver les viteſſes beaucoup moindres, quoique les données fuſſent à-peu-près les mêmes. La limpidité de l'eau laiſſoit appercevoir quantité de joncs, dont quelques-uns montoient juſqu'à la ſurface de l'eau. Quand nous fîmes les premières expériences, le canal étoit débarraſſé de ces joncs, parce qu'on a ſoin de

les couper tous les ans vers l'arrière-saiſon. Ainſi, nous ne pûmes attribuer qu'à cette cauſe la différence que nous trouvâmes enſuite dans les viteſſes. Nous refîmes donc, pendant l'automne de 1782, les expériences que je viens de rapporter; &, pour donner une idée du ralentiſſement que doivent occaſionner dans les viteſſes ces corps étrangers qui multiplient la paroi, nous fîmes, avant la coupe des joncs, les expériences 175 & 176. Les quatre autres ne furent faites qu'après, & elles donnent des réſultats beaucoup plus ſatisfaiſans. Voyez le tableau comparatif (§. 55).

406. Quant aux expériences ſur la Haine, elles ne ſont pas faites toutes les quatre avec la même préciſion; & nous n'avons pas été à même de les répéter autant que nous l'aurions deſiré. La 182e & la 184e ont à-peu-près même pente; mais le rayon moyen de la ſeconde devroit donner une plus grande viteſſe à la place d'une moindre. L'erreur eſt viſible, & nous ne pouvons l'attribuer qu'au grand vent qu'il faiſoit le jour que nous fîmes cette expérience. La direction du vent faiſoit un angle aſſez conſidérable avec celle du courant; & les corps flottans qui nous ſervoient à meſurer la viteſſe à la ſurface, ne pouvoient pas garder le milieu du fil de l'eau. On avoit eu ſoin de les jeter vers la rive gauche, & le vent les faiſoit dériver vers la droite; enſorte qu'ils ne nous ont pas donné la plus grande

viteſſe du fil de l'eau, que nous aurions trouvée d'environ 36 pouces, ſi le temps eût été calme.

Les deux autres expériences préſentent auſſi à-peu-près la même pente ; mais le rayon moyen de la 183e eſt plus grand : enſorte qu'en la comparant avec la 181e, elle auroit pu nous donner une viteſſe d'un peu moins de 15 pouces, au lieu de 15,96 que nous avons trouvés. Mais, comme rien ne gênoit le mouvement à la ſurface, nous ſommes portés à croire que l'erreur vient de la pente qui pouvoit être plus forte que nous ne l'avons eſtimée. Nous la meſurâmes dans le moment qu'un bateau chargé alloit paſſer, & ce bateau étoit d'un volume aſſez grand pour retenir un peu l'eau, & la faire baiſſer d'une demi-ligne en deſſous de lui, où ſe trouvoit le piquet qui nous ſervoit de repaire en amont. Il eſt fâcheux que nous n'ayons pu avoir ſur la Haine de grandes ſections combinées avec de très-petites pentes, que les jours fixés pour l'arrivée des bateaux, dont la préſence altéroit un peu les réſultats de nos expériences, & gênoit le cours uniforme de l'eau. Quoi qu'il en ſoit, ſi nous inſiſtons ainſi ſur quelques expériences dont les réſultats ne ſont pas tout-à-fait conformes à ceux de la théorie, c'eſt que nous ſommes perſuadés que, pouvant aſſigner les cauſes de cette différence, elles confirment auſſi bien cette théorie que toutes les autres.

407. On ne peut trop recommander à ceux

qui voudront répéter de pareilles expériences, de mettre la préciſion la plus ſcrupuleuſe dans la meſure de la pente, ſur-tout quand elle eſt très-petite. Il peut arriver même qu'on trouve la viteſſe à la ſurface nulle, ou du moins trop petite en comparaiſon de celle que donneroit le calcul, parce que cette viteſſe apparente peut s'altérer par la moindre agitation à la ſurface, & par le vent, quelque direction qu'il ait. Nous avons remarqué que, quand la viteſſe eſt petite, & la ſurface du courant bien calme, il s'y forme quelquefois une pellicule viſqueuſe, ou ſemblable à celle qui ſe remarque ſur l'eau de chaux, & qui provient peut-être, comme l'écume, de la décompoſition des plantes aquatiques. Cette matière arrête le mouvement à la ſurface, & fait juger la viteſſe abſolument nulle, quoique l'eau en ait une encore très-ſenſible en deſſous. Il faut donc, dans ce cas, prendre garde de tomber dans l'erreur, en jugeant de la viteſſe moyenne par celle de la ſurface.

408. Si, lorſque notre canal factice étoit parfaitement réglé, nous avions pu augmenter la hauteur de la priſe d'eau, il eſt certain que toutes les viteſſes de la ſection, près de la priſe d'eau, auroient d'abord été augmentées, & principalement celles du fond, qui auroient peut-être ſurpaſſé celles de la ſurface. Cette impulſion, ſe communiquant de proche en proche, ſe feroit ſentir bien loin, avant que la ſection ſe fût ſen-

ſiblement exhauſſée. Par là, le régime eût été entièrement troublé, juſqu'à ce que la grande réſiſtance, produite par les viteſſes du fond, ſe communiquant peu à peu à la maſſe du courant, eût ralenti les viteſſes, & rétabli le régime ordinaire par l'élévation de la ſection.

Telle eſt l'idée qu'on peut ſe former du mouvement de l'eau pour changer ſon régime, quand elle paſſe d'une ſection quelconque à une autre ſection plus grande. Le temps néceſſaire pour troubler le premier régime, & pour établir le ſecond, ſera d'autant plus long, que les deux ſections différeront davantage entre elles; & il ſera d'ailleurs bien plus conſidérable dans un grand lit, que dans un petit. Cette remarque ſe rapporte naturellement à l'effet des accrues ſur les grandes rivières, & rend raiſon de l'obſervation des bateliers, qui diſent qu'un peu avant les crues, la rivière *mouve de fond:* car il ſuffit, pour que la rivière trouble ſon eau, que la viteſſe du fond augmente aſſez pour détacher, mêler & entraîner la vaſe la plus légère; ou le limon qui s'y dépoſe toujours plus ou moins, dans l'intervalle d'une accrue à l'autre, où cette viteſſe eſt moindre.

Mais il y a une autre cauſe qui ſuffit pour troubler l'eau d'une rivière, & pour annoncer plus ſûrement encore une accrue prochaine: on ſait que, dans le cours d'une rivière, il y a de diſtance en diſtance des ruiſſeaux, des ravins,

ou même de petites rivières qui y jettent leurs eaux, & qui toutes ont une pente conſidérable en deſcendant des côteaux ; les eaux des pluies, ou des orages qui ſurviennent tout-à-coup, entraînent donc dans la principale rivière les terres les plus légères, & les ſables fins, qui commencent à troubler ſes eaux vers l'aval du lieu & du canton où l'orage s'eſt fait ſentir ; cette eau troublée s'écoule avec le produit ordinaire du lit de la rivière, & elle arrive dans les lieux où il n'a pas plu, quelque temps avant la véritable accrue, qui ne peut être produite que par l'arrivée plus tardive des eaux fournies par les ruiſſeaux & les ravins ſupérieurs, c'eſt-à-dire, plus voiſins de la ſource. Le changement de couleur de l'eau d'une rivière, eſt donc le ſigne & l'avant-coureur preſque certain d'une accrue.

SECTION

SECTION II.

Expériences sur la dépense des reversoirs.

CHAPITRE I.

Sur le mouvement & la dépense de l'eau qui s'écoule par un reversoir.

409. J'AI à rendre compte actuellement de plusieurs expériences que nous avons faites sur les reversoirs & sur les tenues d'eau, pour déterminer, 1°. la dépense d'eau qui s'y fait; 2°. le remou qui en est l'effet, & qui se fait sentir ordinairement à de grandes distances en amont. Quant aux dépenses des reversoirs, on peut les considérer dans deux cas différens. Le premier, quand le reversoir tire l'eau immédiatement d'un grand bassin entretenu constamment plein, & dont par conséquent l'eau est censée immobile; ce qui suppose qu'il n'y a point de canal intermédiaire qui conduise l'eau du bassin à l'endroit où se fait le reversement, mais que le reversoir est contigu au bassin: dans ce cas, il doit y avoir contraction à l'orifice du reversoir.

Le second cas a lieu lorsqu'on barre un canal ou une petite rivière par une vanne aussi large

que le lit, de manière que le remou étant formé, les filets n'ont point à ſe détourner pour paſſer ſur la vanne, & qu'ils ont même en y arrivant une viteſſe précédemment acquiſe : il étoit important de connoître la dépenſe des reverſoirs dans ces deux cas, & d'obſerver en même temps ſi, dans le dernier, l'eau coule de fond aux approches de la vanne, ou ſi on peut regarder comme immobile la partie inférieure de la ſection qui n'a point d'écoulement direct.

Préparation aux expériences.

410. On s'eſt ſervi, pour faire ces expériences, du canal factice dont j'ai donné la deſcription ci-devant (§. 367 & ſuiv.) On plaçoit à la tête même du canal une vanne dormante, c'eſt-à-dire, une planche d'un pouce d'épaiſſeur, de 17 pouces 3 lignes de longueur, & de différentes hauteurs, qui appuyoit ſur le fond. On tenoit compte de la hauteur abſolue du niveau de l'eau du foſſé, au deſſus du ſommet de cette planche, que nous avons nommée la charge d'eau ſur la tête de la vanne. L'eau, qui reverſoit par deſſus, s'écouloit par le canal dans le baſſin de maçonnerie, où les dépenſes du reverſoir étoient meſurées de la même manière qu'on avoit meſuré celles du canal dans les expériences précédentes.

Pour les reverſoirs de la ſeconde eſpèce, au lieu de placer la vanne dormante à la tête du

canal, on la diſpoſoit vers le milieu de ſa longueur, ou à ſon débouché dans le bac. C'eſt quand elle étoit dans cette dernière poſition que nous avons eſſayé de nous faire une idée des remous qu'occaſionnent les tenues d'écluſes, en meſurant les diminutions progreſſives de la profondeur du courant en deſſus de la tenue, & les viteſſes variables de l'eau, à la ſurface & au fond de ce courant.

Reverſoirs avec contraction à l'orifice.

CENT QUATRE-VINGT-CINQUIEME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête de la vanne-reverſoir, priſe avant l'écoulement,	1	8
Hauteur de la vanne-reverſoir, au deſſus du fond du canal, ...	4	1
Dépenſe, ou hauteur dont l'eau a monté en 3 minutes dans le baſſin, . .	5	0
Profondeur d'eau dans le canal, à 10 toiſes au deſſous du reverſoir, . .	1	0
Profondeur dans le même canal, à 20 toiſes du reverſoir, ...	1	6
Pente du canal, ...	$\frac{1}{218}$	

CENT QUATRE-VINGT-SIXIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête de la vanne-reverſoir, ...	3	0
Hauteur de la vanne au deſſus du fond du canal, ...	4	0

	po	lig.
Dépenſe en 2 minutes, ou hauteur dans le baſſin, ...	7	9
Profondeur aſſez bien réglée dans le canal au deſſous du reverſoir, .	1	10
Pente du canal, ...	$\frac{1}{302}$	

CENT QUATRE-VINGT-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Charge d'eau ſur la tête de la vanne,	4	$4\frac{1}{2}$
Hauteur de la vanne au deſſus du fond du canal, ...	4	1
Dépenſe du reverſoir en 3 minutes,	13	$8\frac{1}{2}$

CENT QUATRE-VINGT-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête de la vanne,	6	4
Hauteur de la vanne au deſſus du fond du canal, ...	6	0
Dépenſe du reverſoir en une minute,	12	0
Profondeur d'eau non réglée dans le canal, ...	3	4
Pente du canal, ...	$\frac{1}{258}$	

Obſervations ſur ces expériences.

411. On a obſervé les profondeurs du courant, que l'eau, qui avoit reverſé par deſſus la vanne-reverſoir placée à la priſe d'eau, formoit dans le canal, en deſſous de cette vanne. Ce n'eſt pas que ce courant fût uniforme & réglé, il s'en falloit de beaucoup; & d'ailleurs rien ne tendoit à le régler, car les vannes du bac étoient ou-

vertes. Mais on peut remarquer par là que la viteſſe, imprimée par la chûte, ſe conſervoit aſſez long-temps pour rendre la ſection fort petite ſur une longueur conſidérable ; après quoi la réſiſtance des parois s'oppoſant par degrés à ce mouvement trop prompt, la viteſſe diminuoit, & la ſection devenoit plus grande. J'ai marqué cet effet dans la 185e expérience : c'étoit à proportion la même choſe dans les autres.

412. On a donné ci-devant (§. 142) une formule propre à calculer la dépenſe des reverſoirs avec contraction, en ſuppoſant que la hauteur de la nappe, ſur la tête de la vanne, n'eſt que la moitié de la hauteur de la charge entière ; mais comme les viteſſes de l'eau ſont ici proportionnelles à la racine quarrée des charges, on peut tirer des expériences précédentes, une formule, ou plutôt une méthode abrégée, pour trouver cette dépenſe, en ſuppoſant la ſection du reverſoir égale à ſa largeur, multipliée par la hauteur entière de la charge d'eau ; c'eſt-à-dire, de la hauteur entière d'où l'eau eſt cenſée tomber depuis le niveau du réſervoir juſqu'au ſeuil du reverſoir. On aura la dépenſe, en multipliant cette ſection par la racine quarrée du produit de cette charge par le nombre conſtant 128 ; c'eſt-à-dire, qu'en nommant D la dépenſe, h la hauteur entière de la charge, & l la largeur du reverſoir, on aura $D = lh\sqrt{128h} = l\sqrt{128h^3}$, en ſuppoſant toujours l & h exprimés en pouces.

Reverſoirs ou vannages de même largeur que le lit d'une rivière ou d'un canal.

413. Quand un reverſoir ou un vannage traverſe le lit d'une rivière ou d'un canal, dont la largeur eſt uniforme, & égale à l'ouverture du reverſoir, il ne s'y forme point de contraction latérale ; & ſa dépenſe doit être un peu plus conſidérable que dans le cas des quatre expériences précédentes : c'eſt pour en juger que nous fîmes les ſuivantes.

CENT QUATRE-VINGT-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Le reverſoir étoit placé au milieu de la longueur du canal.

	toiſe	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête du canal,		9	2
Profondeur d'eau dans le canal, au deſſus du reverſoir, . .		10	8
Hauteur de la vanne, au deſſus du fond du canal, ...		4	1
Dépenſe d'eau en une minute, ou hauteur fournie dans le baſſin,		15	0
Pente du canal, ...		$\frac{1}{216}$	
Profondeur d'eau dans le canal, à l'aval du reverſoir, ...		3	5
Profondeur dans le canal, 10 toiſes plus bas vers le bac, ...		4	9
Diſtance depuis la tête du canal juſqu'à la vanne-reverſoir, .	9	0	0
Diſtance du reverſoir au bac, .	13	0	0

CENT QUATRE-VINGT-DIXIÈME EXPÉRIENCE.

Le reverſoir étoit placé à 6 toiſes de la tête du canal.

	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête du canal, .	8	2
Profondeur d'eau dans le canal, au deſſus du reverſoir, ...	8	10
Hauteur de la vanne-reverſoir, au deſſus du fond du canal, . . .	4	1
Dépenſe d'eau en une minute, ou hauteur fournie dans le baſſin,	9	6
Pente du canal, ...	$\frac{1}{302}$	
Profondeur d'eau aſſez uniforme dans le canal, à l'aval du reverſoir, .	3	5

CENT QUATRE-VINGT-ONZIÈME EXPÉRIENCE.

Le reverſoir placé au bout du canal, près du bac.

	po.	lig.
Charge d'eau ſur la tête du canal,	4	7 $\frac{1}{2}$
Profondeur vers le haut, au deſſous de la tête du canal, ...	4	5
Pente du fond du canal, ...	$\frac{1}{418}$	
Hauteur de la vanne-reverſoir, au deſſus du fond du canal, . . .	4	1
Dépenſe du reverſoir en une minute, ou hauteur fournie dans le baſſin,	4	3 $\frac{1}{2}$

Mouvement de l'eau en deſſus du reverſoir.

PROFONDEUR d'eau dans le canal à partir de la passe d'eau.	ESPACES parcourus par l'eau au dessus du reverf.	NOMBRE de secondes employées à parcourir les espaces correspondans		VITESSES par seconde, de l'eau dans le canal	
		à la surface.	au fond.	à la surface.	au fond.
po. lig.	toiſ			P°.	P°.
4 5	0	0″	0″	0	0
4 5	2	8	14 $\frac{1}{2}$	18	9,93
4 6	2	8	14 $\frac{1}{2}$	18	9,93
4 7	1	8	16	18	9,0
4 9 $\frac{1}{2}$	1				
5 0	1	9 $\frac{1}{2}$	17	15,15	8,47
5 5	1				
5 6	1	9 $\frac{1}{2}$	18	15,15	8,0
5 8 $\frac{1}{2}$	1				
5 9	1	11	19	13,09	7,57
6 0	1				
6 1	1	11	20	13,09	7,2
6 2	1				
6 4	1	12	20 $\frac{1}{2}$	12,0	7,02
6 6 $\frac{1}{2}$	1				
6 9	1	13	23 $\frac{1}{2}$	11,07	6,12
7 1	1				
7 3	1	15	25	9,6	5,76
Reverſoir,	$\frac{5}{6}$	Reverſoir			
TOTAUX...	19 $\frac{5}{6}$	105″	188″		

CENT QUATRE-VINGT-DOUZIÈME EXPÉRIENCE.

Le reverſoir placé à l'entrée du bac, comme à l'expérience précédente.

Hauteur de la vanne ; au deſſus du fond du canal, ... po lig 4 1

Pente du fond du canal, ... $\frac{1}{929}$

Le bac étoit réglé de manière, que l'eau y étoit ſoutenue au niveau du haut de la vanne-reverſoir ; & dans ce cas, la dépenſe étoit d'un pouce par minute. Enſuite on baiſſa l'eau du

bac, de manière que l'eau, qui paſſoit par deſſus la vanne, reverſoit en l'air, & faiſoit nappe : la dépenſe, dans ce deuxième cas, fut encore d'un pouce par minute.

La profondeur de l'eau dans le canal, 5 pieds au deſſus du reverſoir, étoit de 5 pouces 4 lignes ; & cette profodeur, meſurée de 2 toiſes en 2 toiſes, en remontant vers la tête du canal, fut trouvée de

po.	po. lig.	po. lig.	po. lig.	po. lig.	po. lig.
5 :	4 10 :	4 7 :	4 5 $\frac{1}{2}$:	4 4 :	
po. lig.	po. lig.	po. lig.	po. lig.		
4 2 :	3 10 :	3 9 :	3 8.		

CENT QUATRE-VINGT-TREIZIÈME EXPÉRIENCE.

Reverſoir non-complet.

Le reverſoir étoit placé à l'entrée du bac, comme aux expériences 191 & 192.

	po	lig.
Charge d'eau ſur la tête du canal,	7	6
Profondeur d'eau dans le canal, au deſſus du reverſoir, ...	10	0
Hauteur de la vanne, au deſſus du fond du canal, ...	4	1
Pente du fond du canal, ...	$\frac{1}{25}$	

Nota. L'eau inférieure étoit ſoutenue dans le bac, environ 2 pouces plus haut que le ſommet de la vanne, ou 6 pouces plus haut que le fond du canal, en ſorte que le reverſoir n'étoit pas complet.

	po.	lig.
La dépenſe en une minute a été de	12	6
Profondeur d'eau dans le canal, à 12 pieds au deſſus du reverſoir, . .	9	5
Profondeur d'eau dans le canal, à 72 pieds au deſſus du reverſoir, . .	4	1

Observations sur ces expériences.

414. La dépense des reversoirs de cette espèce, où il n'y a point de contraction latérale, est plus grande que celle des reversoirs adaptés dans la face d'un bassin entretenu constamment plein. L'eau a une vitesse acquise en y arrivant; & il convient, dans l'évaluation de la charge entière, d'y faire entrer la chûte dûe à cette vitesse. Ainsi, on doit ajouter à la charge d'eau apparente sur le radier du reversoir, ou sur la tête de la vanne, la hauteur dûe à la vitesse de l'eau, immédiatement au dessus du reversoir. On voit ci-devant (§. 145) ces hauteurs calculées, d'après la section du canal en ce point comparée à la dépense. Ainsi, pour l'expérience 189, la charge apparente, ou la hauteur au dessus du reversoir, est, selon l'expérience, $6{,}583^{po.}$: la hauteur dûe à la vitesse acquise, est $0{,}625^{po.}$ La somme de ces deux quantités, ou la hauteur entière du réservoir, doit donc être comptée pour $7{,}208^{po.}$; & ainsi des autres.

Si on nomme D la dépense, h la hauteur entière dont on vient de parler, & l la largeur du reversoir, on déduit, des expériences précédentes, $D = lh\sqrt{1{,}35h}$, à peu de choses près; ce qui fait voir que la contraction est moindre ici que nous ne l'avons trouvée ci-devant (412) pour les reversoirs de la première espèce. Ce

réſultat s'accorde avec la théorie que nous avons donnée précédemment (§. 144).

415. En examinant le mouvement de l'eau dans le canal, au deſſus du reverſoir de l'expérience 191, on remarque que, quoique les viteſſes à la ſurface & au fond varient ſans ceſſe, en diminuant, à meſure que la ſection croît, le rapport qu'il y a entre elles, eſt aſſez exactement aſſujetti à la loi qui eſt ſuivie dans le mouvement uniforme (67); il ſemble pourtant qu'à meſure que les viteſſes du fond deviennent plus petites, elles s'en écartent un peu, & diminuent moins à proportion que celles de la ſurface. C'eſt peut-être une ſuite de la liberté que les filets de la ſurface ont de ſe replier ſur eux-mêmes à meſure que la ſection s'agrandit; tandis que ceux du fond, plus contenus par les ſupérieurs & par la paroi, eſſuient une communication de mouvement qui conſerve une partie de la viteſſe antérieure.

CHAPITRE II.

Etabliſſement d'un pont ſur une rivière; expériences à ce ſujet: de la viteſſe d'un bateau flottant, & des balancemens de l'eau dans un canal fermé.

416. LE problême du remou, cauſé par les piles d'un pont, étoit un objet ſur lequel on n'avoit

aucune obſervation ; il étoit convenable de faire une expérience directe ſur la hauteur à laquelle les eaux d'une rivière peuvent s'élever, quand elles ſont gênées par le rétréciſſement que cauſent les piles d'un pont, ou les bajoyers d'une écluſe ouverte.

Préparation aux deux expériences ſuivantes.

Pour avoir des données à-peu-près ſemblables à celles de la pratique, je fis faire en bois une pile & deux demi-piles, qui avoient enſemble 9 pouces d'épaiſſeur, ſavoir, la pile deſtinée à être placée au milieu du lit du canal factice, 4 pouces 6 lignes ; & chacune des deux demi-piles, pour être appliquées contre les parois latérales du canal qui étoit rectangulaire, 2 pouces 3 lignes : ainſi il reſtoit à l'eau deux paſſages de 4 pouces une ligne chacun ; enſorte que le lit étoit rétréci d'environ moitié. La longueur totale des piles étoit de 17 pouces $\frac{1}{4}$, depuis la pointe de l'avant-bec, juſqu'à l'extrémité d'aval, qui étoit d'équerre. Les avant-becs étoient figurés en triangles iſocèles de 4 pouces 6 lignes de baſe ſur 5 pouces pour chacun des côtés égaux, bien entendu que l'avant-bec des demi-piles n'étoit que moitié de l'avant-bec de la pile.

CENT QUATRE-VINGT-QUATORZIÉME EXPÉRIENCE.

Le canal fut réglé de telle manière, qu'il avoit $\frac{1}{1517}$ de pente, & 6,75 de hauteur d'eau sur la tête. Les piles du pont furent établies à 100 pieds environ de distance de cette tête. On y fit couler l'eau, qui se fixa aux hauteurs suivantes. A l'avant-bec de la pile, la hauteur de l'eau au dessus du fond du canal fut trouvée de 6 pouces 8 lignes; 3 pieds au dessus, 6 pouces 9 lignes; 6 pieds plus haut, 6 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$; 6 pieds plus haut, 6 pouces 11 lignes; & de 6 pieds en 6 pieds, les hauteurs de l'eau furent

po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig.
6 9 : 6 8 : 6 8 : 6 7 : 6 7 : 6 6 $\frac{1}{2}$:
po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig. po. lig.
6 6 : 6 6 : 6 5 : 6 5 : 6 3 : 6 6 : 6 7 :

& enfin po. lig. 6 9 à la tête du canal.

La dépense de ce pont, pendant son établissement, étoit de 5 pouces 7 lignes de hauteur dans le bassin de maçonnerie, en une minute.

L'eau, en sortant du passage entre les piles, se développoit en formant des arcs appartenans à un triangle équilatéral mixtiligne, dont la largeur d'un des passages étoit la base rectiligne: on les voit ponctuées (fig. 37). Fig. 37.

Un pied au dessous de l'extrémité d'aval des piles, l'eau se choquoit en croisant ses directions, & formoit un dessin en lozange. La profondeur

réduite du courant n'y étoit que de 2 pouces 2 lignes, à cause de la grande viteſſe que l'eau acquéroit par la chute entre les piles.

Si on calcule, par la formule du mouvement uniforme, quelle eût été la profondeur du courant, réglé à cette pente, pour que le canal ordinaire dépenſât 5 pouces 7 lignes par minute, comme le faiſoient alors les deux paſſages du pont, on trouvera qu'elle auroit dû être égale à $6{,}375^{po}$, ou 6 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, & la viteſſe moyenne $13{,}15^{po}$: mais la hauteur de l'eau au deſſus du pont établi, étoit de 6 pouces 11 lig. $\frac{1}{2}$. Ainſi, la hauteur du remou, occaſionné par les piles du pont, étoit d'environ 7 lignes.

CENT QUATRE-VINGT-QUINZIÈME EXPÉRIENCE.

Les piles du pont étoient placées comme dans l'expérience précédente, & la pente du canal étoit la même.

La hauteur de l'eau à l'avant-bec des piles, s'eſt fixée à 5 pouces 4 lignes au deſſus du fond du canal : 9 pieds au deſſus, elle étoit à 5 pouces 2 lignes ; 12 pieds plus loin, à 5 pouces ; & de 12 pieds en 12 pieds, elle étoit de $4^{po}\ 11^{lig.}$: $4^{po}\ 10^{lig.}$: $4^{po}\ 8^{lig.}$: $4^{po}\ 7^{lig.}$: $4^{po}\ 6^{lig.}$: $5^{po}\ 0^{lig.}$: & enfin, à la tête du canal, à environ 5 pouces.

La dépenſe a été de 7 pouces 1 ligne de hauteur dans le baſſin, produite en 2 minutes.

La profonneur de l'eau, en deſſous du pont, n'étoit que de 1 pouce 8 lignes.

Si on calcule, comme tout-à-l'heure, par la formule ordinaire, qu'elle eût été, à la pente $\frac{1}{1857}$, la profondeur uniforme du courant dans le canal ordinaire, pour faire la même dépenſe de 7 pouces 1 ligne en 2 minutes, on la trouvera de 4 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, & la viteſſe moyenne ſeroit de $11{,}75^{po}$: mais à cauſe des piles du pont, l'eau montoit à 5 pouces 4 lignes. Ainſi, la hauteur du remou, occaſionné par le pont, eſt, dans cette expérience, de 0 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$. On peut voir (§. 158 & ſuiv.) les remarques que nous avons faites ſur ces deux expériences.

CENT QUATRE-VINGT-SEIZIÈME EXPÉRIENCE.

417. Nous avons prouvé ci-devant (220) que, quand un corps flotte librement à la ſurface d'une eau courante, il y doit prendre une viteſſe plus grande que celle du fluide qui le porte. En faiſant l'expérience 183e, nous trouvâmes l'occaſion de vérifier l'exactitude de ce raiſonnement. Un bateau chargé deſcendoit la rivière au gré du courant, & parcouroit 46 toiſes 2 pieds en 3′ 10″; tandis que la plus grande viteſſe du courant, au milieu de ſa largeur, n'étoit que de 46 toiſes 2 pieds en 3′ 29″. Ainſi, la viteſſe réelle du bateau étoit de $17{,}557^{po}$ par ſeconde, & celle du fil de l'eau, de $15{,}961^{po}$. La différence $1{,}596^{po}$, exprime la vi-

teſſe relative avec laquelle le bateau ſe mouvoit contre le fil de l'eau du courant qu'il devançoit. Mais la viteſſe moyenne de la colonne qui répondoit à la ſection du bateau, étoit beaucoup moindre que la plus grande viteſſe à la ſurface. Pour eſtimer cette viteſſe moyenne, on peut conſidérer que le lit avoit 8 pieds de profondeur, & le bateau tirant environ 6 pieds; la viteſſe au fond étoit d'environ 9 pouces, & celle qui répondoit au niveau du fond du bateau, d'environ 13 pouces. Ainſi, en prenant une moyenne entre celle-ci & celle de la ſurface, on trouve $14{,}48^{po.}$ pour la viteſſe moyenne de la colonne qui répondoit à la ſection du bateau. La viteſſe moyenne relative du bateau contre cette colonne, étoit donc de 3 pouces au moins. La réſiſtance totale du bateau étoit égale au volume d'eau qu'il déplaçoit, multiplié par la denſité de l'eau, & le produit multiplié par la pente de la rivière. Le volume étoit égal à 13 pieds 8 pouces de largeur, ſur 6 pieds de hauteur, & 92 pieds réduits de longueur; c'eſt-à-dire, à 7544 pieds cubes, qui, multipliés par $\frac{1}{35723}$ de pente, font $0{,}211^{lig.}$ pieds cubes, ou $14{,}77^{pl.}$. Cette réſiſtance répond à une preſſion de $0{,}002573^{po.}$, ou de $0{,}030876^{po.}$ contre la plus grande ſection du bateau; tandis que la hauteur qui répond à 3 pouces de viteſſe, n'eſt que $0{,}0124^{po.}$. Il paroît

de

de là que la viteſſe du bateau étoit trop petite, qu'elle tendoit à augmenter, & qu'elle l'auroit fait, ſi le cours de la rivière eût été direct ſur une longueur ſuffiſante. On ſera mieux en état de juger de ce calcul, quand nous aurons expoſé les principes du choc & de la réſiſtance des fluides ; & il faut d'ailleurs remarquer que la réſiſtance du bateau étoit plus grande qu'elle n'eût été dans un fluide indéfini, parce que ſa ſection faiſoit une partie conſidérable de celle de la rivière. Il ſuffit d'avoir obſervé ici que la viteſſe du bateau étoit réellement plus grande, non-ſeulement que celle de la colonne dont il occupoit la place, mais même que la plus grande viteſſe priſe à la ſurface du courant, ce qu'il importoit ſur-tout de vérifier ; l'intenſité de la réſiſtance qu'il éprouvoit dans l'excès de ſa viteſſe, dépendant d'ailleurs de la figure de ſa proue, & de quantité de circonſtances très-délicates, dont il eſt inutile de nous occuper à préſent.

418. Enfin, pour ne rien omettre de tout ce qui peut contribuer à mettre dans tout leur jour les lois du mouvement de l'eau dans un lit quelconque, nous avons obſervé la durée des balancemens de l'eau dans un canal fermé par les deux bouts.

Le canal factice étant fixé à une pente de 2 lignes ſur 69 pieds de longueur, les deux vannes poſtiches des deux extrémités étant fer-

mées & bien étanches, nous y mîmes ſucceſſivement de l'eau qui le rempliſſoit à différentes profondeurs; & après avoir imprimé un mouvement par l'un des bouts du canal qui avoit 21 toiſes de longueur, nous obſervâmes le temps que duroit chaque balancement, ſoit en montant contre la pente du fond du canal, ſoit en deſcendant dans le ſens de cette pente. Pour une hauteur d'eau conſtante, les balancemens dans le même ſens étoient iſochrones; mais ils étoient conſtamment moins longs en durée, lorſque l'eau montoit, que quand elle deſcendoit. Plus il y avoit de profondeur d'eau dans le canal, plus la durée des balancemens étoit petite.

Numéros des expérienc.	Profondeurs moyennes de l'eau dans le canal		Durées des balancemens, exprimés en ſecondes.	
	pó.	lig.		
197.	3	10	En montant, 45″	En deſcendant, 55″
198.	5	7	Moyenne, 36″	
199.	7	1	En montant, 30″	En deſcendant, 32″
200.	9	4	En montant, 25″	En deſcendant, 27″

Fin de la ſeconde Partie.

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE.

TROISIÈME PARTIE.

DE LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

419. C'EST un des plus importans problêmes de la méchanique générale, de déterminer quelle eſt la réſiſtance qu'un corps en mouvement éprouve dans un fluide en repos ; & quel eſt l'effort néceſſaire pour retenir ce corps immobile dans un fluide en mouvement. L'eau & l'air étant les agens inanimés les plus propres au ſervice de l'homme, il en a appliqué l'action à la marine, & aux différentes machines hydrauliques. Par combien de tentatives, de recherches & d'efforts, a-t-on eſſayé d'aſſervir ces élémens, & de les ſubſtituer aux eſclaves, qui n'obtenoient le pain dont ils étoient nourris, qu'au prix du travail le plus aſſidu & le plus pénible ? La néceſſité a inventé, c'eſt à l'art à perfectionner :

mais l'art ne fait souvent que des progrès très-lents; & la question dont nous nous occupons est une de celles qui paroissent destinées à échapper aux recherches de la théorie, quoique elle ait exercé la sagacité des plus grands géomètres.

Newton paroît être le premier qui, depuis le renouvellement des sciences, se soit occupé de la résistance des fluides. Ce beau génie, voulant soumettre leurs efforts aux formules de l'analyse, créa un fluide, dont les molécules isolées & séparées les unes des autres, conservent quelque temps un mouvement communiqué, sans éprouver aucune altération, ni exercer aucune action entre elles. Malheureusement ce fluide n'existe pas dans la nature, non-plus que les conséquences de cette hypothèse gratuite; d'où il est résulté une théorie du choc, qui a néanmoins été longtemps regardée comme suffisante, & qu'on trouve développée dans tous les traités de Méchanique. On en conclut, 1°. qu'il faut le même effort pour mouvoir un corps dans un fluide, avec une vitesse donnée; ou pour le retenir immobile, si le fluide se meut avec la même vitesse. 2°. Que la résistance dépend de la partie antérieure au plan de la plus grande section du corps, pris perpendiculairement à la direction du mouvement, & que la longueur & la figure de la partie postérieure n'y contribuent en rien. Ainsi, un cylindre mu dans la direction de son axe, éprouveroit la même résistance que sa base an-

térieure réduite à un ſimple plan. 3°. Qu'une ſurface quelconque éprouve des réſiſtances proportionnelles au quarré des viteſſes, & à la denſité des fluides. 4°. Que les ſurfaces planes & directes éprouvent des réſiſtances proportionnelles à leur étendue, & dont l'intenſité peut ſe meſurer par le poids d'une colonne de même fluide, qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur le double de celle qui eſt dûe à la viteſſe. 5°. Que, ſi des ſurfaces planes, égales, ſe préſentent à la direction du mouvement, ſelon différentes inclinaiſons, les viteſſes qui en réſulteront perpendiculairement à chacune d'elles, étant proportionnelles aux ſinus d'incidence, les réſiſtances, dans le même ſens, ſeront comme les quarrés de ces ſinus. Ainſi, la réſiſtance qu'éprouve un priſme triangulaire choqué contre ſes deux faces obliques, eſt à celle de la baſe qui ſeroit perpendiculaire à la direction du mouvement, comme le quarré du ſinus d'incidence eſt à celui du ſinus total. 6°. Qu'en conſidérant les ſurfaces courbes comme une ſuite d'une infinité de plans différemment inclinés, on peut, par la loi précédente, comparer leur réſiſtance avec celle de leur baſe, ſuppoſée iſolée. Ainſi, on trouve que la réſiſtance d'une ſphère n'eſt que la moitié de celle de ſon grand cercle. 7°. Que, toutes choſes égales d'ailleurs, la réſiſtance des fluides incompreſſibles n'eſt que moitié de celle des fluides parfaitement élaſtiques.

420. Telles sont les conséquences qu'on peut déduire de cette théorie de Newton ; mais les expériences qu'il fit sur la chûte des sphères, tant dans l'air que dans l'eau, lui prouvèrent que si les résistances étoient proportionnelles aux surfaces & au quarré des vitesses, leur intensité étoit moitié moindre qu'il ne l'avoit calculée, & que, toutes choses égales, les résistances dans l'eau & dans l'air étoient comme les densités de ces fluides, & non comme le double de ce rapport. Ayant donc vu par là que les chocs étoient différens pour des fluides continus, dont les molécules agissent les unes sur les autres, tels qu'ils sont dans la nature, Newton fit une seconde théorie qui cadroit avec l'intensité du choc pour la sphère, mais qui est défectueuse en général, parce qu'elle ne fait dépendre la résistance que de la plus grande section du corps, prise perpendiculairement à la direction du choc, sans que la figure de la partie antérieure du corps y occasionne une variation bien sensible ; aussi s'en est-on tenu à la première théorie.

421. Plusieurs géomètres s'occupèrent depuis à perfectionner les principes imaginés par Newton. MM. Daniel Bernoulli, d'Alembert & Euler, entre autres, firent à ce sujet les recherches les plus profondes ; & leurs résultats, trop compliqués pour s'appliquer facilement à la pratique, s'accordent néanmoins avec l'expérience dans quelques cas. On fit ensuite différentes expériences

qui détruisirent plusieurs règles importantes de la théorie reçue : elles sembloient devoir éclaircir la question ; mais elles n'ont fait au contraire que l'obscurcir davantage, par une variété de résultats contradictoires en apparence, & regardés jusqu'à présent comme inexplicables. On ne savoit plus si la hauteur de la colonne fluide, dont le poids mesure la résistance, ou la hauteur dûe au choc, est égale à celle qui est dûe à la viteſſe, ou si elle est double, ou enfin moyenne entre ces deux exttêmes. Ce fut pour sortir de cette incertitude, que M. l'abbé Bossut mesura immédiatement l'effort d'une veine fluide verticale, sortant d'un vase par un tuyau additionnel, & tombant sur une plaque plus large que la veine, fixée au bras d'une balance, & retenue horizontalement en équilibre par des poids opposés ; il en conclut que la hauteur dûe au choc, est un peu moindre que le double de celle qui est dûe à la vireſſe : résultat semblable à celui que M. d'Alembert a déduit de sa théorie pour le même cas. Quand on incline un peu la plaque, les résultats diffèrent très-peu de ceux qu'on déduiroit de la théorie ordinaire, quoique les résistances obliques semblent diminuer en plus grande raison que le quarré des sinus des angles d'incidence.

Hydrod. 2e. part. chap. 9. sect. 2.

422. M. le chevalier de Borda employa de nouveaux moyens, & n'obtint pas les mêmes résultats. Ayant fait mouvoir un cube flottant sur l'eau stagnante d'un grand bassin, il trouva que

Mém. de l'Acad. ann. 1763 & 1767.

la hauteur dûe au choc contre une de ſes faces, n'excédoit pas de beaucoup celle qui étoit dûe à la viteſſe. L'ayant fait mouvoir enſuite ſuivant la diagonale, il trouva que les chocs obliques diminuoient en bien moindre raiſon que les quarrés des ſinus des angles d'incidence. Une ſuite d'expériences ſur différens corps mus dans l'air, ont donné de ſemblables différences; & cet académicien en a conclu un fait bien ſingulier, c'eſt que, pour les chocs obliques, la théorie ordinaire donne ceux des ſurfaces planes trop foibles, & ceux des ſurfaces courbes trop grands. Mais du reſte, tous ces corps, ainſi qu'une ſphère mue dans l'eau, ont éprouvé des réſiſtances ſenſiblement proportionnelles aux quarrés des viteſſes.

Nouv. exp. ſur la réſiſt. des fluides, 1777.

423. En 1775, MM. d'Alembert, le marquis de Condorcet, & l'abbé Boſſut, firent, par ordre du Gouvernement, une ſuite d'expériences ſur le choc des fluides: elles ont été rendues publiques dans un ouvrage particulier. Ils choiſirent à cet effet une grande pièce d'eau ſituée dans l'enceinte de l'Ecole Militaire, ſur laquelle ils firent mouvoir pluſieurs bateaux priſmatiques, & d'autres figures différentes: ces corps flottans éprouvèrent des réſiſtances qui croiſſoient dans un rapport un peu plus grand que le quarré des viteſſes. Et quant aux chocs obliques des ſurfaces planes, il fut reconnu que la théorie ordinaire étoit abſolument défectueuſe, & donnoit les réſiſtances beaucoup trop foibles, ſur-tout pour

les petits angles d'inclinaiſon. La hauteur dûe au choc fut évaluée égale à-peu-près à celle qui eſt dûe à la viteſſe, pour les ſurfaces planes & directes : mais elle augmentoit très-ſenſiblement, lorſque la longueur du corps diminuoit.

On commença dès-lors à ſoupçonner que la longueur du corps, & la figure de ſa partie poſtérieure pouvoient influer ſur ſa réſiſtance, & ce ſoupçon fut confirmé par de nouvelles expériences que M. le marquis de Condorcet & M. l'abbé Boſſut firent ſur un ancien réſervoir d'eau à Paris. Le principal but étoit de trouver la loi des réſiſtances pour des bateaux priſmatiques, auxquels on adaptoit des proues & des pouppes curvilignes & rectilignes, formant différens angles. Ces expériences ont parfaitement confirmé tout ce qu'avoit déja reconnu M. le chevalier de Borda, relativement aux chocs obliques ; & elles ont prouvé de plus, qu'en conſervant la même ſurface antérieure, les réſiſtances diminuent par l'alongement des corps, & par l'addition des pouppes aiguës. Mém. de l'Acad. ann. 1778.

424. Tels étoient les faits qui étoient parvenus à notre connoiſſance, quand nous nous ſommes occupés du même objet. Il eût été inutile de répéter des expériences ſemblables aux précédentes ; elles n'euſſent fait que confirmer inutilement des réſultats certains. Mais dans une queſtion auſſi compliquée, nous avons pu croire qu'on n'avoit pas conſidéré la choſe ſous tous

ſes rapports ; qu'il falloit analyſer la réſiſtance en la décompoſant, & en conſultant la nature ſur chaque élément qui la conſtitue, & dont l'influence peut être ſenſible ſur le choc. Nous nous ſommes ainſi frayés une nouvelle route, qui pourra conduire, en multipliant les expériences, à déduire une loi générale applicable à tous les cas, ſi pourtant il en exiſte une aſſez ſimple pour cela. Nous ne ſommes pas auſſi heureux à cet égard, que pour le cours des fluides ; mais notre travail fournira aux géomètres, qui voudront s'en occuper, des données nouvelles & importantes, & détrompera tout-à-fait des préjugés de l'ancienne théorie fondée ſur des hypothèſes hors de la nature. Ces matériaux, d'une théorie nouvelle, méritent d'autant plus de confiance, qu'ils rendent raiſon des irrégularités apparentes qu'on remarque dans les expériences faites juſqu'à ce jour ; & on verra qu'elles ſont une ſuite néceſſaire de la nature de la réſiſtance effective & poſſible des fluides.

SECTION I.

De la réſiſtance de l'Eau, conſidérée comme fluide incompreſſible.

CHAPITRE I.

Meſure du choc d'une veine fluide iſolée, contre une ſurface plane immobile.

425. LORSQU'UNE colonne, ou une veine fluide, ſe meut uniformément, les molécules poſtérieures & antérieures ne peuvent exercer, dans le ſens du mouvement, aucune action entre elles, puiſqu'elles ſe meuvent avec la même viteſſe. Mais ſi un obſtacle invincible, tel que la ſurface d'un corps ſolide, que nous ſuppoſerons égale à la ſection de la veine qui ſe meut, interrompt le cours de la colonne, dès le même inſtant les tranches poſtérieures agiront ſur celles que le corps retient pour les preſſer; & celles-ci agiront ſur les antérieures pour les arrêter. Il faudra donc que les tranches arrêtées par la ſurface, cherchent, en vertu de la fluidité, à s'échapper par tous les points qui offriront moins de réſiſtance. Si la ſurface réſiſtante eſt directe au cou-

rant, & plane, les premières molécules, qui s'y trouvent arrêtées, ne peuvent se mouvoir que parallèlement à elle; ce qui arrête le mouvement des particules suivantes. Mais, à cause de l'extrême mobilité des fluides, cette stagnation ne peut se faire sentir qu'à une certaine distance en amont de l'obstacle. Là, les filets se dévient vers les bords; & par ce mouvement oblique, conservent une partie de leur vitesse de translation, d'autant plus grande, qu'ils se dévient de plus loin, ou que la déviation est plus oblique. Si cette déviation avoit lieu pour tous les filets, à une distance très-grande, relativement à l'étendue de la surface, le choc deviendroit insensible, ce qui n'est pas. Elle a donc ses limites; & dans tous les cas, les molécules, en avant de la surface choquée, perdent une partie de leur vitesse de translation; ce qui produit nécessairement contre cette surface une pression égale à la force qui seroit capable d'imprimer, à une certaine partie du fluide, le mouvement qu'elle a perdu.

426. Il est donc probable, 1°. que le choc ne se fait point immédiatement contre la surface qui est opposée à la colonne ou à la veine, puisque les filets se dévient avant de la toucher, & que les molécules qui la touchent ont un mouvement dont la direction lui est parallèle. 2°. Qu'à même vitesse, la déviation se fait d'une manière semblable pour différentes surfaces; pourvu qu'elles soient moindres, ou tout au plus égales

à la ſection de la veine fluide. Le rapport de la viteſſe perdue à la viteſſe primitive, reſte donc le même, & l'effet de la preſſion eſt proportionnel aux ſurfaces. 3°. Que la ſurface étant conſtante, la déviation eſt ſenſiblement la même pour différens degrés de viteſſes; ce qui indique encore l'égalité du rapport entre les viteſſes perdues & les viteſſes primitives : mais l'effet du choc, ou l'effort capable d'imprimer la viteſſe perdue, eſt proportionnel au quarré de cette viteſſe; il en réſulte donc que la réſiſtance augmente comme le quarré des viteſſes. 4°. Que ſi la déviation eſt la même pour différens fluides incompreſſibles, toutes choſes étant égales d'ailleurs, les ſommes des pertes de mouvement ſeront proportionnelles au nombre des molécules, ou à la denſité des fluides. On peut donc, ſuivant les notions les plus ordinaires, meſurer le choc par le poids d'une colonne fluide qui aurait pour baſe la ſurface choquée, & une hauteur proportionnelle au quarré de la viteſſe du choc, ou à ſa hauteur dûe.

Nous allons montrer par l'expérience, que, quand une veine iſolée choque une ſurface plus petite que ſa ſection, ou qui l'égale, la hauteur dûe au choc eſt la même que la hauteur dûe à la viteſſe de la veine. Pour cela, imaginons que le corps réſiſtant ſoit lui-même une colonne fluide, qui, par une preſſion ſupérieure, tende à ſe mouvoir en ſens contraire de celle qui vient la choquer. Lorſque la première reſtera en équi-

libre, ſa preſſion meſurera exactement l'effet de la veine en mouvement. C'eſt de cette manière que ſont faites les expériences ſuivantes.

Préparation aux expériences.

427. On a employé des veines fluides ſortant par un orifice mince, & par des tuyaux additionnels de différens diamètres, & ſous des charges ou des hauteurs de réſervoir différentes.

Sur une règle de 4 pieds de longueur, a été fixé un tube de verre, d'une ligne & demie de diamètre intérieur, recourbé d'équerre vers ſa partie inférieure, à laquelle on a adapté ſucceſſivement différens inſtrumens deſtinés à recevoir le choc des veines fluides qui devoient faire équilibre à la colonne montante dans le tube. 1°. Un double cône terminé d'un côté par une pointe aiguë, au ſommet de laquelle étoit percé un trou d'une ligne de diamètre. Le ſommet de l'autre cône recevoit le tube de verre avec lequel il étoit luté. 2°. Un ſimple entonnoir joint & luté au tube par le ſommet, & ouvert par ſa baſe. 3°. Un plateau de 16 lignes de diamètre, ſoudé au bout d'un tuyau de 4 lignes de diamètre, qui étoit joint au tube : le centre du plateau étoit percé d'une petite ouverture. Dans la 201e expérience, le diamètre du plateau avoit été réduit à 8 lignes. 4°. Un cylindre de 6 pouces de longueur ſur 6 lignes de diamètre, luté avec

le tube par un bout, & l'autre bout ouvert pour recevoir le choc des veines. 5°. Un tube recourbé par le bas en demi-cercle, pour recevoir le choc vertical d'une veine, & montrer dans l'autre branche montante, la hauteur de la colonne qui faiſoit équilibre au choc : ſon diamètre intérieur étoit d'une ligne & demie. Tous ces inſtrumens, excepté le dernier, étoient en fer blanc ; & étant fixés ſolidement au tube, leur axe ſe trouvoit horizontal, quand la règle étoit verticale.

DEUX CENT-UNIÈME EXPÉRIENCE.

428. La veine ſortoit par un orifice mince de 2 pouces de diamètre, percé dans une feuille de fer blanc clouée au bas d'un tonneau de 2 pieds 6 pouces de diamètre, dans lequel l'eau étoit entretenue conſtamment, au moyen de trois pompes de bateau, à 1 pied 10 pouces 9 lignes de hauteur au deſſus du centre de l'orifice.

	pi.	po.	lig.
Le plateau n°. 3, étant préſenté directement au milieu de la veine, à quelques lignes de l'orifice, l'eau s'eſt élevée dans le tube à	1	10	11
Le cylindre n°. 4, étant préſenté au milieu de la veine, à la même diſtance, l'eau s'eſt élevée dans le tube ſenſiblement à la même hauteur, ...	1	10	11

Le double cône n°. 1, étant préſenté au centre, & enſuite au bord de la veine, l'eau s'eſt élevée également dans les deux cas juſqu'à . . . . . pl. po. lig. 1 11 3

Il réſulte de cette expérience, que la viteſſe d'une veine, qui ſort par un orifice mince, eſt la même ſur toute ſa largeur, & qu'il y a ſenſiblement égalité entre les hauteurs dûes au choc & à la viteſſe. L'excès de hauteur de 2 lignes qu'on obſerve dans les deux premiers cas, peut être attribué à l'attraction du tuyau de verre. Et ſi on ôte auſſi ces 2 lignes de la hauteur donnée par le double cône, il reſte 1 pied 11 pouces 1 ligne, qui ne ſurpaſſent que de 4 lignes la hauteur du réſervoir. Il a pu ſe faire que les ouvriers qui entretenoient le réſervoir plein, aient pompé avec plus de force; ce qui a pu occaſionner une nappe d'eau plus élevée, qui reverſoit par deſſus les bords du tonneau.

DEUX CENT-DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

429. La veine ſortoit par un tuyau additionnel de 2 pouces de diamètre, ſoudé à la même feuille de fer blanc, clouée au bas du tonneau qui a ſervi à l'expérience précédente : l'eau étoit entretenue par le même moyen à la même hauteur de 1 pied 10 pouces 9 lignes au deſſus du centre du tuyau additionnel. . . .

Le

	pi.	po.	lig.
Le plateau n°. 3, étant préſenté au milieu de la veine, à 3 lignes de diſtance du bout du tuyau, l'eau eſt montée à	1	10	11
Le même plateau, étant préſenté à 3 pouces de diſtance du bout du tuyau, l'eau n'eſt montée qu'à	1	9	3
Le double cône étant préſenté au centre de la veine, & enſuite un peu à côté, à une diſtance qui n'a pas été obſervée, l'eau s'eſt élevée dans les deux cas à la même hauteur de	1	9	3
Mais l'ayant enſuite placé à environ une ligne de la circonférence de la veine, l'eau ne s'eſt élevée qu'à environ	1	3	3

On voit, par cette expérience, que les viteſſes d'une veine, qui ſort par un tuyau additionnel, décroiſſent conſidérablement du centre à la circonférence : mais une remarque auſſi importante, eſt que l'intenſité du choc dépend de la poſition de l'obſtacle, ou de la ſurface choquée par la veine. Quand le plateau étoit éloigné de 3 pouces du bout du tuyau additionnel, l'eau s'élevoit moins dans le tube, que quand il en étoit beaucoup plus près ; & nous avons éprouvé de même, que quand la pointe du double cône

étoit introduite dans le bout du tuyau additionnel, l'aſcenſion dans le tube étoit un peu augmentée. Cet effet vient de ce que la déviation des fiets étoit gênée, & ſe faiſoit de moins loin, quand l'obſtacle étoit plus rapproché de l'orifice qui contenoit la veine.

DEUX CENT-TROISIÈME EXPÉRIENCE.

430. Le réſervoir étoit un tonneau d'environ 18 pouces de diamètre, dans lequel l'eau étoit entretenue à une hauteur conſtante de 12 pouces au deſſus du centre d'un tuyau additionnel horizontal de 7 lignes de diamètre.

On a préſenté à la veine, le ſommet du double cône à 6 lignes de diſtance du bout du tuyau additionnel; l'eau eſt montée dans le tube à . . . . . pl. po. lg. 1 0 2

On a remarqué que l'eau baiſſoit dans le tube, lorſque les axes de la veine & du double cône, ne coïncidoient pas : ce qui montre auſſi la diminution des viteſſes de la veine, du centre à la circonférence.

En négligeant les deux lignes de hauteur, dont l'eau pouvoit s'élever dans le tube par la ſeule attraction du verre, comme dans les expériences précédentes, on peut conclure que la hauteur dûe au choc égaloit celle qui étoit dûe à la viteſſe, vis-à-vis le petit orifice : car, dans un

tuyau additionnel, les filets qui avoiſinent le centre, n'éprouvant ni frottement, ni déviation, doivent avoir la viteſſe dûe à toute la hauteur de la charge.

DEUX CENT-QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

431. La même veine ayant été reçue dans l'entonnoir n°. 2, dont l'entrée étoit beaucoup plus grande que le diamètre de la veine, l'eau eſt montée dans le tube à une hauteur un peu moindre que la hauteur du réſervoir. La même choſe eſt arrivée en recevant la veine contre un plateau, autre que le n°. 3, & dont le diamètre étoit un peu moindre que celui de la veine.

Dans ces deux cas, la viteſſe moyenne de la veine, reçue dans l'entonnoir ou contre le plateau, étant moindre que celle qui étoit dûe à la hauteur entière du réſervoir, l'eau a dû ſe ſoutenir auſſi à une moindre hauteur.

DEUX CENT-CINQUIÈME EXPERIENCE.

432. Le réſervoir étoit un vaſe cylindrique de fer blanc, de 3 pouces de diamètre, & de 8 pouces de hauteur, au fond duquel étoit ſoudé un tuyau additionnel vertical, de 4 lignes de diamètre : on a enſuite aſſujetti le tuyau recourbé n°. 5, de manière que ſon orifice horizontal inférieur ſe trouvât vis-à-vis, & 3 lignes plus bas que l'orifice du tuyau additionnel. La veine qui

sortoit verticalement du vase entretenu plein, a soutenu dans la branche verticale du tube, une colonne sensiblement égale à la hauteur du réservoir.

On peut remarquer que l'attraction du tube tendoit à faire monter l'eau d'environ 2 lignes de plus que la hauteur du réservoir; mais l'orifice du tuyau recourbé ayant les $\frac{3}{8}$ du diamètre de la veine qui sortoit par le tuyau additionnel, la vitesse moyenne de cette partie de la veine, qui pressoit la colonne montante dans le tube, étoit un peu moindre que celle qui répondoit à la charge entière : ainsi il pouvoit y avoir compensation.

Cette expérience confirme donc encore que l'eau tombant, & étant chassée par une charge verticale, produit un choc, dont la hauteur dûe est égale à la hauteur dûe à la vitesse. Mais il faut bien distinguer ici le choc produit par la veine, sur une surface qui auroit même diamètre qu'elle, d'avec l'effort dont seroit capable cette veine, si elle frappoit & étoit reçue sur un plateau d'un plus grand diamètre. Nous savons, par une expérience de M. l'abbé Bossut, qu'une veine verticale, sortant d'un tuyau additionnel, & reçue sur un plateau dont le diamètre étoit au moins triple de celui de la veine, y a exercé une pression égale au poids d'une colonne d'eau qui auroit eu pour base la section de la veine, & une hauteur égale aux $\frac{4}{5}$ de la hauteur

du réſervoir : mais cette preſſion n'étoit pas meſurée, comme dans nos expériences, par la hauteur d'une colonne fluide ; elle étoit repréſentée par des poids mis à l'extrémité du fléau d'une balance hydroſtatique, qui faiſoient équilibre à la réſiſtance entière de la colonne ſur le plateau. Or, la veine s'élargiſſoit beaucoup contre le plateau, ſes filets ſe dévioient en entier, & prenoient une direction horizontale, après l'avoir frappé. Ainſi, pour avoir l'action entière de la veine, il falloit ajouter à ſon choc contre un cercle égal à ſon aire, la preſſion contre un anneau d'une certaine étendue autour de ce cercle. Tellement qu'on peut conclure de cette expérience, que l'aire cenſée frappée dans le plateau par la veine fluide, & qui éprouvoit une preſſion dûe à la hauteur du réſervoir, étoit les $\frac{4}{5}$ de l'aire de la veine ; ou que, ſi la preſſion moyenne de cette veine étoit, comme cela eſt vrai, moindre que celle qui étoit dûe à la charge entière, l'aire cenſée frappée ſur le plateau, étoit plus grande que les $\frac{4}{5}$ de l'aire de la veine, & en égaloit peut-être les $\frac{3}{5}$ plus ou moins.

Ce qui ſemble confirmer ce raiſonnement, eſt, qu'en comparant le choc direct avec le choc oblique ſur cette plaque, inclinée à 60 degrés, celui-ci eſt moindre qu'en raiſon des quarrés des ſinus des angles d'incidence ; tandis que, dans toutes les autres expériences qui ont été faites depuis ſur les chocs obliques, on a trouvé que

le contraire a lieu pour les surfaces planes. Si donc cette expérience seule offre ici un résultat contraire, cela vient de ce que les filets se dévient beaucoup plus aisément quand le plateau est incliné, que quand il est direct ; & que la surface censée choquée par la veine, diminue de grandeur quand le choc devient oblique.

433. Il résulte des expériences qui précèdent, que le choc d'une colonne ou d'une veine fluide contre une surface de même étendue & directe, est sensiblement égal au produit de cette surface, par la hauteur dûe à la viteſſe. L'intenſité du choc depend néanmoins en partie de la liberté plus ou moins grande que les filets ont dû se dévier aux approches de cette surface ; mais si la veine rencontre une surface plus grande qu'elle, qui l'oblige à changer en entier la direction de tous ſes filets, la viteſſe perdue, étant par là augmentée, la réſiſtance devient beaucoup plus grande.

434 Telles ſont les conſéquences générales que nous pouvons déduire de ces expériences, que nous n'avons pas multipliées davantage, parce qu'elles ne pouvoient pas nous mener au but que nous avions en vue, qui étoit de déterminer la réſiſtance dans un fluide indéfini. En effet, une colonne iſolée, qui a la liberté de s'étendre en tout ſens autour d'un obſtacle qu'on lui préſente, ne peut augmenter ſa viteſſe au-delà de celle que peut produire la hauteur du réſervoir

d'où elle sort. Mais il n'en est pas de même d'une grande masse d'eau en mouvement, telle que celle d'une rivière ou d'un canal, à laquelle on présente intérieurement un obstacle quelconque. Les filets qui eussent passé directement, & avec la vitesse du courant, dans l'espace occupé par le corps résistant, sont obligés de couler autour de lui, sans pouvoir écarter sensiblement le fluide ambiant, comme dans une veine isolée. Ils sont, dis-je, obligés de couler avec plus de rapidité sur un certain espace autour du corps, en se mêlant avec les filets que l'obstacle n'a pas écartés de leur première direction. De dire ou d'imaginer comment dans un fluide indéfini, dans lequel le corps peut être plongé, la vitesse des molécules peut être augmentée par degrés, pour passer autour du corps, & quelle est la manière dont est produite cette augmentation, tandis que le reste du fluide ambiant se meut uniformément, comme si le corps étoit absent; c'est ce que nous n'entreprendrons pas. Il suffit de savoir que cela se passe ainsi; & l'expérience ne peut être démentie à cet égard. On voit un courant avoir plus de vitesse autour d'un obstacle, que dans la partie où il coule librement; & cela n'arrive pas seulement à la surface de l'eau, mais cet effet doit être plus considerable quand le corps résistant est plongé à une certaine profondeur. La raison en est que, dans le premier cas, l'eau peut s'élever à la surface, & former un remou

qui augmente la ſection en hauteur, aux dépens de l'augmentation de la viteſſe ; ce qui ne peut arriver dans le ſecond cas. Ainſi, un rocher fixé au fond d'un courant, ou ſur une plage de ſable que la mer couvre & découvre, eſt toujours déchauſſé autour de ſa baſe, par l'action de l'eau qui en emporte le ſable pour le dépoſer ailleurs.

435. Cette augmentation de viteſſe doit ſans doute influer ſur le choc : mais eſt-ce pour l'augmenter ? C'eſt à l'expérience à décider cette queſtion. Si on devoit ſur cela haſarder une conjecture, il ſembleroit que la viteſſe n'étant pas augmentée ſeulement à l'entour du corps, mais même à quelque diſtance en avant de lui : cette cauſe, jointe à une déviation différente, doit rendre la preſſion plus grande que celle qui ſeroit dûe à la viteſſe ordinaire du courant. Avant de paſſer aux expériences qui développent cette vérité, en voici une dans laquelle l'effet eſt intermédiaire entre celui d'une colonne iſolée, & celui d'un fluide indéfini.

DEUX CENT-SIXIÈME EXPÉRIENCE.

436. On s'eſt ſervi de la vanne d'un couliſſier de moulin, qu'on a levée de 5 pouces 9 lignes au deſſus du radier, qui étoit à-peu-près de niveau en deſſus & en deſſous de la vanne ; le paſſage avoit environ 4 pieds de largeur ; & la charge

au dessus du milieu de l'orifice, étoit constamment de 2 pieds 1 pouce 1 ligne. Le plateau n°. 3, (427), fut présenté à cette veine, un peu au dessus du milieu, ensorte qu'il y avoit 2 pieds 1 pouce 4 lignes de charge sur l'orifice central du plateau, & 2 à 3 pouces de distance entre ce plateau & la vanne, pour saisir à-peu-près le point de la plus grande contraction de la veine. Dans cette position, l'eau s'éleva de 2 pieds 4 pouces 11 lignes dans le tube; c'est-à-dire, 3 pouces 7 lignes plus haut que le réservoir. La pression contre le centre du plateau étoit donc dûe à une hauteur qui étoit les $\frac{8}{9}$ de celle qui répondoit à la vitesse de la veine libre: car il est probable, de quelque manière que se fît la contraction, que la vitesse du filet du milieu de cette veine étoit sensiblement dûe à toute la charge, lorsqu'elle n'étoit pas gênée par le plateau. Si on la supposoit moindre, l'augmentation de la pression seroit encore plus grande.

Dans cette expérience, l'eau de la veine ne s'élevoit pas beaucoup au dessus du bord du plateau: mais la vanne ayant été fixée à 2 pouces & demi d'élévation, de manière que le bord du plateau rasât à-peu-près la surface de la veine amincie, l'eau jaillissoit de toutes parts, & ne montoit dans le tube qu'à la hauteur du réservoir, comme nous l'avons vu dans la veine isolée.

CHAPITRE II.

Meſure de la preſſion directe qu'éprouve la ſurface plane d'un corps immobile dans un fluide indéfini qui vient à ſa rencontre.

437. QUAND on obſerve le choc d'un fluide contre un corps immobile, on remarque que le fluide commence à ſe détourner à une certaine diſtance du corps, pour paſſer autour de ſa plus grande ſection, & qu'il ſe forme en avant une eſpèce de proue fluide qui paroît ſtagnante, ſi on la compare au mouvement du fluide ambiant. Tous les filets qui auroient paſſé dans l'eſpace occupé par le corps, ſont forcés, comme je l'ai déja dit, de ſe détourner & de ſe mêler, ſur une largeur aſſez limitée, avec ceux qui ſuivent leur mouvement autour du corps. Cette réunion ne peut avoir lieu ſans une augmentation de viteſſe cauſée par l'effet du choc, qui ſe propage dans tous les ſens, comme une preſſion, & fait échapper le fluide par le côté qui offre le moins de réſiſtance.

Pour peu qu'on réfléchiſſe ſur la nature de l'eau, on ſentira que les molécules qui compoſent la proue fluide, ne peuvent pas reſter immobiles, tandis que d'autres molécules s'écoulent rapidement autour d'elles. Elles doivent au

contraire ſe mouvoir intérieurement avec des viteſſes qui décroiſſent rapidement vers l'axe, & avec des directions convergentes vers les bords de la ſurface choquée.

438. Pour nous faire une idée plus nette de ce mouvement, imaginons un cylindre vertical rempli d'eau, ayant un fond moins étendu que ſon aire, de ſorte que l'eau ne puiſſe s'échapper que par une couronne concentrique à la paroi. Les filets qui répondent à l'ouverture de cette couronne, ne ſeront pas les ſeuls en mouvement; mais on verra tous les autres ſe diriger plus ou moins obliquement vers la couronne; & les molécules ſituées ſur le fond même, ſe mouvront parallèlement à ce plan, avec des viteſſes qui s'accélèreront très-rapidement vers la circonférence. Nous avons vu cet effet dans une circonſtance où il paroiſſoit plus étonnant encore. Dans nos expériences ſur les reverſoirs, une groſeille, qui avoit ſervi à meſurer les viteſſes de l'eau au fond du canal, en amont de la vanne-reverſoir, étant parvenue au pied de cette vanne, fut enlevée par le mouvement du fluide qui gliſſoit en remontant verticalement, pour s'échapper par le reverſoir. Il en eſt de même du mouvement des molécules de l'eau contre une ſurface choquée; le fluide acquiert pardevant, & dans une direction parallèle, des viteſſes qui, très-foibles vers le centre, & croiſſant par degrés à meſure qu'elles s'en éloignent dans toutes les directions,

ſont enfin conſidérables vers les bords de la ſurface.

439. Si cela eſt de la ſorte, comme l'expérience ne permet pas d'en douter, il n'eſt pas poſſible que chacun des points de la ſurface expoſée au choc du fluide, éprouve la même preſſion. Pour bien comprendre la raiſon de cette inégalité de preſſion, il faut ſe rappeler le principe que nous avons développé (253 & ſuiv.), qui eſt que, quand l'eau coule le long d'une ſurface, en vertu d'une charge ſupérieure, la hauteur dûe à la preſſion qu'éprouve cette ſurface, eſt égale à celle qui auroit lieu ſi le fluide étoit en repos, moins la hauteur dûe à la viteſſe moyenne réelle du fluide dans le ſens parallèle à la ſurface. Ce fait ſera d'ailleurs confirmé par une des expériences ſuivantes, chap. 5; on y verra qu'ayant fait mouvoir, à une certaine profondeur, dans une eau ſtagnante, un tube vertical ouvert par les deux bouts, dont le ſupérieur étoit hors de l'eau, le fluide s'eſt maintenu dans le tube, plus bas que la ſuperficie du réſervoir, d'une quantité à-peu-près égale à la hauteur dûe à la viteſſe avec laquelle il étoit mu. D'après ce principe, la preſſion, occaſionnée par le choc contre une ſurface, doit diminuer du centre à la circonférence, puiſque les viteſſes du fluide qui s'échappe, ſuivent un ordre contraire. Ainſi, quand même il ſeroit vrai que la preſſion contre le centre dût ſe meſurer par le double de la hauteur

dûe à la vitesse directe du fluide, l'effet total de la pression contre un plan, doit donner un résultat moindre que le double, puisqu'il n'est que la résultante ou la moyenne de toutes les pressions partielles. Pour vérifier ces faits, aussi nouveaux qu'importans, nous rapporterons les expériences suivantes.

Préparation aux experiences.

440. Le premier instrument que nous employâmes à ces expériences sur la pression, fut une boîte, fig. 38, de 12 pouces de largeur, 14 pouces de hauteur, & 4 pouces d'épaisseur hors œuvre, fermée de tous côtés, excepté par le dessus; elle étoit faite de planches d'un pouce d'épaisseur; ainsi sa capacité intérieure étoit de 10 pouces sur 2. La planche de derrière montoit 15 pouces plus haut que celle de devant; elle portoit une petite règle graduée, & elle étoit traversée, vers son sommet, d'un boulon à tête quarrée qui avoit 6 pouces de longueur, & un écrou mobile. Ce boulon, fixé à la planche, glissoit dans une rainure à jour, faite au milieu d'un pilot quarré; tellement qu'en serrant l'écrou, on fixoit la boîte avec le pilot, à telle hauteur qu'on vouloit; tandis que le pilot, portant par sa pointe dans le sol du fond d'un canal, & par sa tête contre les longerons d'un pont jeté en travers du canal, restoit ferme & bien d'à-plomb. Fig. 38.

Le devant de la boîte étoit percé de treize trous de 6 lignes de diamètre chacun, disposés en quinconce dans un rectangle ABCD de 10 pouces de hauteur, sur 10 pouces 9 lignes de largeur.

Un petit bateau ou flotteur, portant dans son milieu un mât de fil de laiton, devoit flotter sur l'eau contenue dans la boîte, & avertir des variations que le niveau de sa surface devoit éprouver.

Fig. 39. On prépara aussi un autre instrument, fig. 39, pour servir au même usage que le premier; c'étoit une planche de 7 pouces en quarré sur 19 lignes d'épaisseur, qu'on évida circulairement d'un pouce de profondeur sur 5 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre; ensuite on recouvrit le tout d'un feuillet de 3 lignes d'épaisseur, percé de vingt-un trous qui répondoient dans la cavité de cette boîte. Il y avoit sept trous dans le diamètre horizontal, & autant dans le vertical, compris celui du centre, qui étoit commun; il y en avoit aussi huit autres, disposés deux á deux dans le sens des diagonales. La distance entre les centres des premiers trous, étoit de 11 lignes; le premier dans les diagonales, étoit á 20 lignes du point central, & le second á 33 lignes. Le fond opposé de la boîte étoit percé d'un seul trou de 4 lignes de diamètre, placé au centre; & sur le derrière étoit cloué & mastiqué un entonnoir de fer blanc, recourbé, dont la tige montante recevoit un

tuyau de verre avec lequel elle étoit maſtiquée. Le tout étoit fixé avec une forte règle diviſée en pouces & en lignes.

J'avois fait jeter un pont ſur un canal de 15 pieds de largeur, dans lequel on pouvoit, au moyen d'une écluſe, produire un courant de 3 pieds de profondeur, avec une viteſſe de plus de 40 pouces par ſeconde. Les longerons du pont étoient d'une ſeule portée, enſorte que rien ne troubloit le cours de l'eau; & il y avoit peu de diſtance entre la ſurface du courant, & le deſſous des longerons.

441. Enfin, je fis faire un volant ou un moulinet en bois de ſapin très-ſec, qui conſiſtoit en huit aîles de 3 pouces en quarré chacune, ſituées à l'extrémité d'autant de bras, qui avoient 9 pouces de longueur, & 6 lignes de largeur; l'épaiſſeur des aîles & des bras n'étoit que d'une ligne & demie; l'extrémité de ces bras, oppoſée à l'aîle, étoit engagée dans un moyeu à 8 pans, qui avoit 3 pouces de groſſeur, & 3 pouces 2 lignes de longueur. Ce moulinet tournoit ſur deux pivots ou eſſieux de $\frac{7}{12}$ de ligne de diamètre, retenus dans deux chapes de cuivre à demi-percées, qui étoient fixées à leur tour dans deux jumelles de bois parallèles l'une à l'autre, & aſſemblées avec un châſſis. Pour contenir les aîles du moulinet à la diſtance qui leur convenoit, & leur donner de l'enſemble, on paſſa un fil de laiton très-délié du centre d'une aîle au

centre de l'autre, en faisant tout le tour, & arrêtant le fil à chaque aile, par un tour passé dans deux petits trous percés vers le centre de chaque aile. Ainsi, l'impulsion donnée à une seule aile se communiquoit à toutes les autres par le moyen de ce fil qui étoit bien tendu. Le poids total de cet instrument étoit de 11 onces 2 gros. On voit que le centre de grandeur de chaque aile étoit distant du centre de rotation de 12 pouces juste, & que le premier parcouroit $75{,}43^{po.}$ dans une révolution entière.

DEUX CENT-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

442. La vitesse du courant étoit telle, que le moulinet faisoit 33 $\frac{1}{2}$ tours par minute. Le centre de percussion de l'aile trempée, étoit enfoncé de 4 pouces 2 lignes au dessous de la surface de l'eau prise au milieu du canal.

La première boîte, figure 38, étant plongée dans le courant, de manière que son bord inférieur étoit enfoncé de 8 pouces 4 lignes au dessous de la surface primitive de l'eau, il se faisoit contre ce plan, dont tous les trous étoient fermés, un remou central de 3 pouces 7 lignes, un remou latéral de 2 pouces 9 lignes, & un abaissement à la surface de l'eau, derrière la boîte, d'environ 3 pouces au dessous de la surface primitive de l'eau.

Dans

Dans cet état, si on ouvroit tous les trous du devant de la boîte, excepté les trois d'en haut, la surface de l'eau dans la boîte se fixoit 2 pouces 7 lignes au dessus du niveau moyen du courant, observé avant l'immersion de la boîte. Si on ouvroit le trou du milieu, tous les autres étant fermés, l'eau s'élevoit dans la boîte 3 pouces 4 lignes au dessus du même niveau. Si on ouvroit un des trous collatéraux au centre, ou tous les deux à la fois, tous les autres restant fermés, l'eau s'élevoit de 2 pouces 5 lignes. Si on ouvroit les deux trous de la rangée inférieure au centre, ou seulement l'un des deux, tous les autres étant fermés, l'eau s'élevoit de 3 pouces. Le seul trou de la dernière rangée inférieure, à plomb du centre, donnoit 2 pouces 1 ligne : mais ceux des angles ne donnoient que 1 pouce 6 lignes.

Enfin, les deux trous de la rangée au dessus du centre, tous les autres étant fermés, donnoient 3 pouces 1 ligne.

On a observé que, quand le centre de l'aîle du volant étoit plongé de 6 pouces, il ne faisoit que 31 tours par minute. Quand ce même centre n'étoit plongé que de 1 pouce 6 lignes, le volant faisoit 36 tours par minute ; & quand le volant étoit placé au quart de la largeur du canal, & le centre de l'aîle enfoncé de 1 pouce 6 lignes, il ne faisoit plus que 26 $\frac{1}{2}$ tours par minute.

DEUX CENT-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

443. On a employé le deuxième inſtrument, fig 39 ; le volant faiſoit 33 $\frac{1}{2}$ tours par minute. Le centre du plan de 7 pouces en quarré, étoit abaiſſé de 6 pouces au deſſous de la ſurface primitive de l'eau ; il ſe faiſoit un remou de 2 pouces de hauteur contre la tige de l'inſtrument, & un abaiſſement ou un creux de 6 pouces par derrière. La preſſion contre les différens trous, ouverts ſucceſſivement, fit monter l'eau dans le tube aux hauteurs ſuivantes.

Trous ouverts.	Hauteurs de la colonne d'eau dans le tube. po	lig
Tous les trous, ...	2	7 $\frac{1}{2}$
Le trou du centre de l'inſtrument,	3	5
Premier, au deſſous du centre, .	3	1
Deuxième, au deſſous du centre,	2	9
Troiſième, au deſſous du centre,	2	3
Premier, à côté du centre, . .	3	4
Deuxième, à côté du centre, .	3	0
Troiſième, à côté du centre, . .	2	6
Premier, au deſſus du centre, .	3	3
Deuxième, au deſſus du centre, .	3	0
Troiſième ou dernier, en haut, .	2	7 $\frac{1}{2}$
Premier, au deſſus du centre en diagonale, ...	3	0
Deuxième & dernier, en diagonale,	2	7

Conſéquences, & obſervations ſur ces expériences.

444. On voit d'abord que la preſſion ſur les differens points d'une ſurface choquée, eſt très-inégale, & qu'elle va en decroiſſant du centre vers les bords. La viteſſe du courant à la profondeur du centre de l'inſtrument, étant de 42,1 po., ſa hauteur dûe eſt de 2 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$. Si on la compare aux hauteurs de preſſion, obſervées pour les differens points, on verra que, vers le centre, la hauteur de preſſion eſt les $\frac{2}{3}$ de celle qui eſt dûe à la viteſſe; & elle eſt moindre que cette dernière, vers les bords. Elle eût encore été plus petite aux extrémités mêmes de la ſurface, s'il y eût eu des trous percés; de ſorte que la hauteur de preſſion moyenne pour tous les trous ouverts, excédant un peu la hauteur dûe à la viteſſe moyenne du courant, celle qui répondroit à toute la ſurface plongée, ſeroit un peu moindre, ſur-tout pour la 207e expérience, dans laquelle le corps n'étoit pas entièrement plongé: car il paroît que, dans la 208e, toutes les preſſions ſont un peu plus fortes, ſur-tout vers les bords, ce qui peut venir de ce que la ſurface y étoit entièrement plongée; & quoiqu'il s'y formât un remou ſupérieur, il étoit bien moindre que dans la précédente.

445. Le remou qui ſe forme devant la face verticale d'un corps flottant, n'eſt pas compoſé d'une eau ſtagnante, mais de molécules qui tendent à s'échapper à la ſuperficie du courant, comme elles font dans tous les autres ſens. L'obſtacle invincible qu'elles rencontrent, les oblige de ſe détourner en gliſſant le long de la ſurface, pour s'échapper par les bords : c'eſt ce qu'indique la pente de 10 lignes qu'on a obſervée dans la 207e expérience, entre la hauteur du remou central, & celle du remou latéral; & la ſurface du remou formoit, contre le plan de la boîte, une courbe approchante d'un arc de cercle. Ces molécules, qui fuient où elles peuvent, c'eſt-à-dire, vers les côtés du plan choqué, ſont inceſſamment remplacées par le fluide affluent ; & le remou, conſtamment formé, élève la ſuperficie du fluide, juſqu'à une certaine diſtance, en amont de la ſurface du corps réſiſtant. La ſection ainſi augmentée, empêche la viteſſe du fluide d'augmenter autant qu'elle feroit, ſi le corps y étoit tout-à-fait plongé ; & il n'eſt pas étonnant qu'une ſurface flottante nous donne, pour la preſſion antérieure, à-peu-près le même réſultat que nous avons trouvé pour une veine iſolée. Mais quand cette ſurface eſt entièrement plongée, le remou diminue, parce que l'eau a la liberté de s'échapper de toutes parts, même à la ſuperficie du courant; & la viteſſe du fluide pouvant augmenter dans tout le pourtour de la ſurface

choquée, la preſſion qui en dépend augmente auſſi. Il s'enſuivroit de-là qu'á même viteſſe, la preſſion antérieure contre une ſurface flottante ſeroit un peu moindre que contre une ſurface entièrement plongée ; ce qui eſt très-vraiſemblable, en attendant que l'expérience nous en convainque, comme on le verra tout-á-l'heure. Mais il n'en faut pas conclure que la réſiſtance totale à la ſuperficie d'un courant, ſoit moindre qu'á une certaine profondeur. Nous verrons qu'en examinant en détail tous les effets qui ont lieu dans le choc, il en a qui vont en ſens contraire, & qui peuvent plus que compenſer les précédens. Nous remarquerons, en attendant, que l'eau s'abaiſſe derrière le corps, dans les expériences précédentes, d'une quantité qui excede de beaucoup la hauteur dûe á la viteſſe.

446. La partie de la ſurface oppoſée au remou, n'eſt pas exempte de preſſion, quoique ſon effort ſoit diminué par le mouvement aſſez rapide des molécules qui coulent vers les côtés. Notre boîte n'étoit pas propre à obſerver cette preſſion : car, ſi les trous d'en haut euſſent été ouverts, comme ils étoient trop élevés, l'eau à laquelle ils auroient donné paſſage, ſeroit tombée dans l'intérieur de la boîte qu'elle auroit remplie ; & le niveau de cette eau ſe ſeroit néceſſairement fixé à une moyenne entre les hauteurs du remou, vis-à-vis le trou du milieu, & les deux trous collatéraux ; enſorte qu'il ſe ſeroit établi un courant dans la

capaciré de la boîte, dans laquelle l'eau ſeroit entrée par le trou du milieu, & ſeroit ſortie par les deux autres. Dans cet état, ſi nous avions obſervé cette hauteur, elle n'eût pas été relative à la preſſion moyenne; celle-ci au contraire, en y comprenant le remou, doit être encore moindre que la hauteur dûe à la viteſſe : mais elle ſeroit relative à une totalité de ſurface plus grande que celle qui eſt cenſée choquée. Ainſi, en réduiſant la totalité des différentes preſſions à cette dernière ſurface, on peut conclure qu'elle eſt meſurée à-peu-près par la hauteur dûe à la viteſſe, ſauf les variations relatives à la figure de la ſurface, c'eſt-à-dire, au rapport de ſa largeur à ſa hauteur.

En effet, le remou, qui ſe forme en avant d'une figure choquée, oblige l'eau de couler le long de cette ſurface, pour s'échapper par ſes bords. Ainſi, en ſuppoſant même viteſſe & même hauteur de flottaiſon, plus la ſurface ſera large, plus il y aura à proportion de fluide arrêté à la ſurface, qui formera remou, & ſera obligé de ſe détourner pour s'écouler par les bords collateraux : la reſiſtance antérieure croîtra donc en plus grande raiſon que les ſurfaces. Quand, au contraire, la viteſſe & la largeur reſtant conſtantes, la hauteur de flottaiſon augmentera, moins il y aura à proportion de fluide arrêté par le remou; & la reſiſtance croîtra en moindre raiſon que les ſurfaces. Ainſi, le remou s'élève

à meſure que la ſurface s'élargit, & il s'abaiſſe lorſqu'elle ſe plonge davantage. C'eſt une ſuite néceſſaire de la plus ou moins grande facilité que le fluide a pour s'échapper ; & cela eſt d'ailleurs aſſez prouvé par les expériences faites à l'Ecole Militaire.

447. Quoique les deux expériences que je viens de rapporter, jettent déja quelque jour ſur la manière dont on doit conſidérer la preſſion antérieure qu'éprouve un corps immobile flottant ſur un courant, nous avons remarqué des défauts dans la manière dont elles étoient faites, & dans la forme de l'inſtrument. 1°. Les réſultats étoient trop compliqués à la ſurface du fluide ; & il auroit fallu faire varier l'étendue des ſurfaces, la figure à même étendue, & l'intenſité des viteſſes. 2°. La ſurface antérieure des deux boîtes n'étoit pas percée d'un aſſez grand nombre de trous, pour en pouvoir conclure la preſſion moyenne ſur toute ſon étendue ; & la grandeur des trous occaſionnoit des oſcillations intérieures, qui dépendoient trop des variations qu'éprouvoit la colonne qui choquoit la ſurface. On peut ajouter à cela, que le courant produit dans le canal, étant trop peu diſtant des vannes par leſquelles nous tirions l'eau de la rivière de la Haine, il n'étoit pas aſſez uniforme, ni aſſez réglé pour produire une preſſion de choc conſtante.

Ces conſidérations nous ont déterminé à ré-

péter des expériences ſemblables, dans un courant convenable avec des inſtrumens plus parfaits, & en abandonnant les corps flottans, ſur leſquels on a deja un grand nombre d'expériences, pour nous attacher plus particulièrement aux corps entièrement plongés.

CHAPITRE III.

Suite du même ſujet.

448. Le même canal qui avoit ſervi aux expériences du chapitre précédent, avoit aſſez de longueur pour être pris à une plus grande diſtance de ſon origine, & y être par conſéquent mieux reglé. Au lieu où nous nous fixâmes, ſon lit avoit 13 pieds de largeur réduite, ſur 3 pieds 9 pouces de profondeur; de manière qu'en y plongeant des corps dont le plan antérieur n'avoit qu'un pied quarré, ils ſe trouvoient, quant au choc, comme dans un fluide indéfini, ainſi qu'on peut s'en aſſurer, en comparant les expériences faites à l'Ecole Militaire, ſur la réſiſtance des corps dans un fluide indéfini, ou dans des canaux étroits. Nous n'avions pas, à la vérité, la liberté de faire beaucoup varier les viteſſes, en conſervant une grande ſection au canal, pour vérifier ſi les preſſions ſuivent le rapport du quarré des viteſſes : mais ce fait eſt aſſez prouvé par les

expériences de M. le chevalier de Borda, dans le cas où les corps ſont entièrement plongés. Les viteſſes que nous avons pu nous procurer, étoient toujours d'environ 3 pieds par ſeconde: nous les meſurions au moyen du moulinet décrit ci-deſſus. Nous avons reconnu, en comparant ſes réſultats avec la viteſſe meſurée immédiatement à la ſurface par de petits corps flottans, qu'il ne prenoit pas entièrement la viteſſe du fluide; mais nous avons tenu compte de cette différence, ainſi que du rapport de la viteſſe à la ſurface & à la profondeur à laquelle le corps étoit plongé, que nous avons déterminé avec un tube recourbé. Ainſi nous avons pu, dans tous les cas, déduire la viteſſe exacte & moyenne de la colonne choquante, du nombre de tours que faiſoit le moulinet, dont les aîles étoient toujours plongées de la même quantité.

Pour ſimplifier les réſultats de nos expériences, nous avons réduit toutes les preſſions à ce qu'elles devoient être pour une viteſſe de 36 pouces juſte, en les multipliant par le rapport du quarré de la viteſſe réelle au quarré de 36 pouces.

Nous avons reconnu d'ailleurs que les mêmes expériences, répétées avec des viteſſes un peu différentes, ont donné les mêmes réſultats lorſqu'elles étoient réduites à celle de 36 pouces: ainſi, elles méritent la même confiance que ſi toutes avoient été faites réellement avec cette viteſſe.

Préparation aux expériences.

449. Les expériences faites à l'Ecole Militaire & à Paris, donnant lieu de croire que la réſiſtance diminue à meſure que les corps s'alongent, nous ne pouvions mieux reconnoître la marche de ces variations, qu'en nous ſervant d'un inſtrument qui préſentât d'abord une ſurface très-mince, & qui fût propre à être adapté à des priſmes de différentes longueurs.

Fig. 40. Il conſiſtoit en une boîte de fer blanc, qui avoit 1 pied quarré de ſurface, & près de 4 lignes d'épaiſſeur; elle étoit fermée de tous côtés, excepté l'embouchure d'un tuyau d'étain qui étoit ſoudé à ſon ſommet, & perpendiculairement à ſon plan, & qui étoit retourné d'équerre pour former une tige verticale ouverte par le haut. Le diamètre de ce tuyau étoit de 16 lignes; & il pouvoit recevoir dans ſa capacité un flotteur creux, compoſé d'un cylindre d'argent d'un pouce de diamètre ſur deux & demi de longueur, qui portoit une tige faite d'un brin de paille, dont la longueur étoit de 2 pieds, y compris la hauteur dont le cylindre ſurpaſſoit le niveau de l'eau, quand il flottoit librement deſſus.

Derrière la boîte, à côté du tuyau d'étain, étoit ſoudée une douille rectangulaire en fer blanc, qui avoit 2 pouces d'un ſens, & 1 de l'autre, ſur toute la hauteur de la boîte; cette douille étoit deſtinée à recevoir une barre de fer

de 10 pieds de longueur, ſur 10 & 22 lignes de groſſeur, taillée par devant en forme de tranchant, pour diviſer facilement le courant de l'eau, & occaſionner le moins de remou poſſible. L'extrémité inférieure de cette barre s'enfonçoit dans la vaſe qui faiſoit le fond du canal; & ſon ſommet étoit appuyé contre une traverſe fixe, attachée au plancher d'une barraque conſtruite ſur trois forts longerons qui traverſoient le canal.

La boîte avec ſa douille étant mobile le long de la barre de fer, on pouvoit la fixer à telle hauteur qu'on vouloit, relativement au niveau de l'eau du canal; & nous obſervions de faire enſorte que le centre du pied quarré, que la boîte préſentoit au courant, fût toujours plongé de 15 pouces au deſſous du niveau ſupérieur de l'eau, tellement qu'il paſſoit 9 pouces de hauteur d'eau courante au deſſus de ſon ſommet, & qu'il reſtoit 2 pieds de profondeur d'eau ſous ſa partie inférieure.

Nous ne fîmes d'abord que 5 trous ſur le devant de la boîte: le premier étoit placé au milieu; le ſecond, au point qui partageoit en deux également la ligne horizontale, tirée de ce milieu au bord; le troiſième, dans la même ligne, & à 10 lignes de diſtance du bord; le quatrième, tout contre le bord; & le cinquième, dans l'angle du quarré, vers le bas: ils avoient chacun environ une ligne de diamètre. L'eau preſſée par le courant devoit entrer par un ſeul ou par pluſieurs de ces trous, remplir la boîte, & s'élever dans le tuyau

d'étain à une hauteur convenable à la preſſion.

450. Pour connoître exactement les hauteurs dont l'eau s'élevoit dans le tuyau vertical, au deſſus ou au deſſous du niveau général & primitif du fluide en mouvement, on prenoit en même temps la hauteur qui ſe trouvoit depuis une longue règle aſſujettie de niveau, juſqu'à la ſurface du courant, priſe à un point diſtant de 4 pieds du lieu où étoit plongée la boîte ; & la hauteur dont la tige du flotteur s'élevoit au deſſus de cette règle. En retranchant 2 pieds de la ſomme ou de la différence de ces deux hauteurs, on avoit les aſcenſions ou les abaiſſemens de l'eau dans le tuyau, par rapport au niveau moyen de l'eau.

DEUX CENT-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Le trou du milieu de la boîte étant ouvert, les 4 autres fermés : la hauteur correſpondante à la preſſion contre ce trou, a été	32,8 lig
Le trou à côté du centre, étant ſeul ouvert : hauteur répondante à la preſſion contre ce trou, ...	27,8
Le trou placé à 10 lignes du bord, étant ſeul ouvert : hauteur répondante à la preſſion contre ce trou, ...	20,8
Le trou placé au bord de la ſurface, étant ſeul ouvert : il s'eſt trouvé une non-preſſion, ou un abaiſſement de. .	—5,5

Le trou placé à l'angle inférieur, étant seul ouvert : il s'eſt trouvé une non-preſſion, ou un abaiſſement de . . — lig. 8,6

Les 5 trous étant ouverts : hauteur de la preſſion moyenne contre ces cinq trous, ... 17,0

DEUX-CENT DIXIÈME EXPÉRIENCE.

451. Ici, on avoit adapté la boîte de l'expérience précédente, à une des faces d'un cube de 12 pouces de côté, après en avoir retranché l'épaiſſeur de la boîte, pour que l'enſemble formât un cube parfait.

Le trou du milieu de la boîte étant ouvert, les autres fermés : la hauteur répondante à la preſſion contre ce trou, a été, ... lig. 32,3

Le trou à côté du centre, étant ſeul ouvert : hauteur répondante à la preſſion contre ce trou, ... 30,2

Le trou placé à 10 lignes du bord, étant ſeul ouvert : hauteur répondante à la preſſion contre ce trou, ... 17,8

Le trou au bord de la ſurface, étant ſeul ouvert : il s'eſt trouvé une non-preſſion, ou un abaiſſement de . . . . — 12,1

Tous les trous étant à la fois ouverts : hauteur de la preſſion moyenne, contre les 5 trous, ... 14,3

DEUX CENT ONZIÈME EXPÉRIENCE.

On avoit adapté la boîte au bout d'un parallélipipède de 3 pieds de longueur.

Les 5 trous étant ouverts : la hauteur de la preſſion moyenne contre les 5 trous, s'eſt trouvée de . . . . . lig. 16,0

452. On remarque d'abord dans ces expériences, un effet bien ſingulier, & que nous ne pouvions pas prévoir ; c'eſt que la preſſion qui diminue du centre de la ſurface vers les bords, devient nulle à une certaine diſtance, & enſuite négative au bord même. Ce réſultat, dont nous nous ſommes aſſurés par pluſieurs vérifications, paroît d'abord contraire à l'équilibre des fluides ; mais en l'examinant avec attention, il eſt une conſéquence néceſſaire du principe que nous avons remarqué ci-devant (§. 439). En effet, la preſſion réelle, occaſionnée par le choc contre un point quelconque de la ſurface, n'eſt autre choſe que la différence entre la preſſion qui auroit lieu également ſur tous les points, ſi le fluide pouvoit choquer immédiatement le corps, & la hauteur dûe à la viteſſe variable que l'eau prend le long de la ſurface choquée. Or celle-ci peut l'emporter ſur la première, ſur-tout au bord de la ſurface : car la viteſſe du fluide, dans le ſens de cette ſurface, peut être plus grande à ce point, que la viteſſe de percuſſion ; & ſi cela

eſt, le bord eſt moins preſſé, que ſi le fluide étoit immobile : d'où il réſulte que l'eau doit ſe tenir dans le tuyau au deſſous du niveau ordinaire, quand elle ne communique au fluide extérieur que par les bords de la ſurface. Ainſi, le fluide exerce ſur la ſurface choquée, des preſſions variables & directement oppoſées ; mais la réſultante eſt toujours poſitive, parce que la preſſion l'eſt auſſi ſur la plus grande partie de la ſurface, & que cette réſultante exprime la preſſion moyenne ſur la ſurface entière.

453. Si l'ordre du diſcours & la ſuite des expériences le permettoient, ce ſeroit ici la place de faire remarquer combien cette loi de la réſiſtance des fluides eſt féconde, de combien de phénomènes elle donne la clé, & combien d'applications utiles elle peut avoir dans les arts & dans la phyſique. En lui donnant plus d'étendue que nous n'avons fait, (252) (439), & la généraliſant davantage, on peut l'énoncer ainſi : *Si, par une cauſe quelconque, une colonne fluide compriſe dans un fluide indéfini, ou contenue dans des parois ſolides, vient à ſe mouvoir avec une viteſſe donnée, la preſſion qu'elle exerçoit latéralement avant ſon mouvement contre le fluide ambiant, ou contre la paroi ſolide, ſera diminuée de toute celle qui eſt dûe à la viteſſe avec laquelle elle ſe meut.* Nous pourrons revenir, dans une autre occaſion, aux applications de cette loi. Retournons à nos expériences.

454. La hauteur dûe à la viteſſe de 36 pouces par ſeconde, étant de 21,5 lig., on voit que *la hauteur de preſſion contre le centre d'une ſurface plane, choquée directement, eſt égale à une fois & demie celle qui eſt dûe à la viteſſe du fluide;* & ceci doit être général, quelle que ſoit la grandeur de la ſurface.

La preſſion ſur chacun des points de la ſurface, ne paroît pas varier par la longueur du corps, quoiqu'on remarque des différences aſſez conſidérables ſur la preſſion négative, vers les bords. Mais il étoit aſſez difficile d'en obſerver exactement l'intenſité. La moindre obliquité dans le plan, vers le bord, ou la manière de poſer la boîte ſur différens corps, pouvoit occaſionner des différences très ſenſibles; mais elles diſparoiſſent en comparant les preſſions moyennes ſur les 5 trous. Ainſi, en tenant compte des erreurs inévitables dans ces ſortes d'expériences, on peut affirmer que la longueur des corps n'influe point ſur la preſſion antérieure.

455. Les 5 trous, percés ſur l'inſtrument, n'étoient pas diſpoſés de manière à indiquer la preſſion moyenne du fluide contre la totalité de la ſurface, parce qu'il y en avoit trop à proportion vers les bords. Pour la connoître plus exactement, on fit boucher les trous precedens, & on en perça 625 dans la même ſurface, en les eſpaçant ſymétriquement à raiſon de 25 par côté.

côté. Ils étoient tellement disposés, que ceux qui étoient les plus près des bords, en étoient cependant distans de 3 lignes. On fit aussi une seconde boîte, percée de 81 trous, à raison de 9 par côté; il y avoit également 3 lignes d'intervalle entre ces trous & les quatre faces du quarré. Le plan antérieur de l'instrument avoit 57 lignes de côté, & son épaisseur étoit d'environ 4 lignes.

DEUX CENT-DOUZIÈME EXPÉRIENCE.

On a exposé au courant la boîte d'un pied quarré, percée de 625 trous qui étoient tous ouverts: la viteſſe du courant contre le centre, étoit de 36 pouces par seconde:

Hauteur de la preſſion moyenne contre tous les trous, ... lig. 28,3

On a ensuite exposé au même courant la face d'un pied cube, dont la boîte faisoit le plan antérieur:

Hauteur de la preſſion moyenne contre tous les trous, ... lig. 29,2

On a aussi exposé au même courant un parallélipipède de 3 pieds de longueur, dont la même boîte faisoit la face antérieure:

Hauteur de la preſſion moyenne contre tous les trous, ... lig. 28,4

DEUX CENT-TREIZIÈME EXPÉRIENCE.

On exposé au même courant la petite boîte simple percée de 81 trous, qui étoient tous ouverts :

Hauteur de la pression moyenne contre tous les trous, ... lig. 30,8

DEUX CENT-QUATORZIÈME EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant un entonnoir recourbé d'environ 3 pouces de base, & le tube montant de 16 lignes de diamètre, avec un diaphragme d'environ 3 lignes au sommet du cône de l'entonnoir :

Hauteur de la pression moyenne contre la base de l'entonnoir, ... lig. 34,4

Le même entonnoir sans diaphragme, a donné 30,1

Réflexions sur ces expériences.

456. Les expériences 212 & 213, prouvent que la pression antérieure n'est pas variable par la longueur du corps. La petite boîte a donné un peu plus de pression que la grande, parce qu'il y avoit à proportion moins de trous percés vers les bords : ce qui nous marque que la hauteur de pression indiquée par l'une & l'autre, excède la vraie pression moyenne qui répond à toute la surface. On le sent bien d'ailleurs, quand

on obſerve qu'il n'y avoit point dans l'une ni dans l'autre de trous percés dans la marge environnante, où la preſſion négative a lieu : car les trous ouverts dans cette marge, auroient fait baiſſer l'eau dans le tube vertical. L'entonnoir recourbé, dont les parois étoient très-minces, donnoit paſſage à l'eau ſur toute ſa ſurface antérieure ; enſorte que la hauteur de preſſion, qu'il indique, ſembleroit devoir être conſidérée comme la moyenne ou la réſultante de toutes les autres : c'eſt néanmoins ce qui n'arrive pas. Quand il eſt garni d'un diaphragme, il donne lieu à une preſſion au moins auſſi grande que celle que nous avons obſervée au centre de la ſurface d'un corps ſolide ; & quand il ne l'eſt pas, il donne lieu à une preſſion plus grande que la moyenne d'une ſurface ſolide. Nous aurons encore occaſion de remarquer une ſemblable irrégularité dans un tube recourbé qui préſentoit à l'eau un orifice cylindrique, d'où l'on peut conclure que la preſſion eſt plus forte ſur une maſſe d'eau que ſur la ſurface d'un corps ſolide ; ſoit que la déviation ne ſe faſſe pas de la même manière ; ou plutôt que, le mouvement ſe communiquant dans l'intérieur de la maſſe d'eau, la viteſſe du fluide qui s'échappe parallelement au plan de l'orifice de l'entonnoir ou du tube, ſoit diminuée, & laiſſe plus d'énergie à la preſſion du fluide. Ce ſeroit ici le lieu de parler de l'entonnoir de M. Pitot ; mais nous renvoyons ſon examen ailleurs, pour

continuer celui de la preſſion contre une ſurface ſolide.

457. Quoique celle que nous avons employée fût percée d'un grand nombre de trous, ils étoient aſſez petits pour que leur ſomme ne fît pas la cinquantième partie de ſon étendue totale. Ainſi nous n'avions pas à craindre l'inconvénient d'une ſurface entièrement ouverte, & la preſſion avoit lieu comme ſur un corps ſolide: mais il eût été bien difficile de placer des trous vers les bords, de manière à ce que l'enſemble donnât la preſſion moyenne ſur toute la ſurface; & nous avons pris le parti de laiſſer une marge de 3 lignes de largeur autour de la ſurface de chaque boîte. En comparant leurs réſultats, on trouve néanmoins le moyen d'eſtimer avec aſſez de préciſion la hauteur dûe a la preſſion moyenne. Pour cela, ayant conſtruit ſur le côté de la ſurface, pris pour abciſſe, une courbe dont les ordonnées repréſentent les preſſions d'après l'expérience 209e, on trouve que le point où la courbe coupe la ligne des abciſſes, & où par conſequent la preſſion eſt nulle, eſt à environ 2 lignes du bord, pour le pied quarre; de ſorte que l'eſpace de 3 lignes autour de la ſurface, qui en eſt la douzième partie, éprouvoit des preſſions poſitives & négatives, dont la réſultante doit certainement être eſtimée négative. Si elle étoit nulle, il ne s'agiroit que de retrancher $\frac{1}{12}$ de la hauteur de preſſion; ce qui réduiroit les $28{,}4^{lig}$ à 26. Mais, puiſque la

réſultante eſt négative, on peut diminuer encore un peu la hauteur de la preſſion moyenne, & la réduire à 25,5. Quant à la petite boîte, la marge de 3 lignes de largeur en faiſoit la ſixième partie; & comme le point où la preſſion étoit nulle, ſe trouvoit à moins de 2 lignes du bord, il eſt probable que la réſultante des preſſions poſitives & négatives ſur cette largeur, étoit à peu-près nulle : ainſi il faut retrancher $\frac{1}{6}$ de 30,8; ce qui réduit la preſſion moyenne à 25,6. Et enfin, en ſuppoſant ſur la marge une foible réſultante négative, on a encore le même réſultat de 25,5. On verra, par d'autres vérifications, que cette quantité eſt aſſez exactement déterminée.

458. Nous pouvons donc conclure que, pour une viteſſe de 36 pouces dûe à une hauteur de 21 $\frac{1}{4}$, la hauteur de preſſion moyenne contre une ſurface plane & directe, eſt égale à 25 $\frac{1}{2}$. Comme ces preſſions ſont proportionnelles aux quarrés des viteſſes, ſi on nomme h & H les hauteurs dûes à la viteſſe & à la preſſion, m le rapport entre ces deux quantités, on aura en général $H=mh$. La quantité m eſt variable, ſuivant les différens corps; mais, ne la déterminant ici que pour la ſurface antérieure & plane d'un corps priſmatique, préſentée directement à un courant d'eau dans lequel il eſt entièrement plongé, on a dans ce cas $m=\frac{25,5}{21,5}=1,186$.

CHAPITRE IV.

Mesure de la non-pression qu'éprouve la surface plane, & postérieure d'un corps immobile, plongé dans un fluide indéfini qui se meut.

459. SUPPOSONS un corps prismatique, terminé par deux faces opposées & égales, & plongé horizontalement dans un fluide : l'effort nécessaire pour le retenir immobile dans le sens de son axe, est égal à la différence entre les pressions réelles qui ont lieu à l'avant & à l'arrière du corps. Ces pressions sont composées de la pression morte qui agit dans tous les sens sur le corps, à proportion de son enfoncement, & de la pression vive causée par le choc. Si le fluide est en repos, la difference des pressions est nulle, & la pression morte antérieure fait équilibre à celle du derrière; mais dès que le fluide se meut dans la direction de l'axe, la pression qui provient du choc, dont nous venons de déterminer l'intensité, s'ajoute à la pression morte du devant, & leur somme forme la pression réelle en avant. Quant à la pression postérieure, reste-t-elle constante, ou est elle diminuée par la même cause ? C'est ce que nous allons examiner dans ce chapitre.

Il eſt conſtant que, juſqu'à de certaines limites, la longueur d'un corps diminue ſa réſiſtance ; & il eſt prouvé, par les expériences précédentes, que cet élément n'influe pas ſur la preſſion antérieure : il faut donc que la ſurface poſtérieure ſe reſſente de la réſiſtance, & d'autant moins, que le corps eſt plus long.

460. Si, derrière un corps choqué, le fluide étoit parfaitement en repos, la preſſion morte s'y exerceroit en entier, en détruiſant celle du devant ; & il ne reſteroit pour l'effet du choc, que la preſſion vive antérieure, repréſentée par mh. Si on ſuppoſe, au contraire, que le fluide ſe meuve par derrière avec la même viteſſe que ſi le corps n'exiſtoit pas, la preſſion morte ſur la face poſtérieure ſera diminuée de toute la hauteur dûe à la viteſſe ; ce qui produit un défaut de preſſion qui doit s'ajouter à la preſſion vive antérieure : ainſi, l'effort total du choc ſeroit alors exprimée par $mh+h$; telles ſont les limites des ſuppoſitions qu'on peut faire à cet égard. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on verra que ni l'une ni l'autre ne ſont exactes, & que la nature ſe tient entre ces deux extrêmes. En effet, derrière un corps choqué, l'eau ne peut être ſtagnante, ni ſe mouvoir auſſi vîte qu'en l'abſence du corps. La détermination de ce mouvement poſtérieur eſt un élément très-important & très-variable dans le choc des fluides, & c'eſt celui dont on s'eſt le moins occupé juſqu'à préſent. Avant d'exa-

miner physiquement ses effets, nous allons y familiariser nos lecteurs, par les expériences qui en démontrent l'existence & la variété.

DEUX CENT-QUINZIÈME EXPÉRIENCE.

Fig. 41. 460. A la paroi verticale du vaisseau cylindrique de l'expérience 205e, on ajouta deux tuyaux additionnels d'un pouce de longueur, & dont le diamètre étoit de 5 lignes à la base, & 4 seulement à l'extrémité. Le centre du premier tuyau étoit placé 4 pouces 9 lignes plus bas que le sommet du vaisseau, & le second étoit 6 pouces 1 ligne au dessous du même sommet. On prit ensuite un tuyau de verre, dont le diamètre intérieur étoit d'une ligne & demie, & l'extérieur d'environ deux lignes & demie. On le recourba de manière qu'il formoit un syphon dont les branches inégales étoient jointes par un arrondissement demi-circulaire. La branche la plus courte avoit 4 pouces de hauteur verticale, & la plus longue avoit 9 pouces 5 lignes de hauteur aussi verticale, y compris un crochet de 9 lig. de longueur horizontale, le tuyau étant retourné d'équerre à son extrémité inférieure. On plaça ce syphon dans le vase cylindrique, de manière que le crochet de sa longue branche se trouvoit dans l'axe du premier tuyau additionnel, tandis que cette branche étoit parallèle & contiguë à la paroi intérieure du vaisseau, au dessus duquel elle s'élevoit; mais la branche la plus courte redescen-

doit un peu au deſſous du niveau du bord de ce vaiſſeau. On boucha enſuite l'extrémité du tuyau additionnel qui contenoit le crochet du ſyphon, & les deux autres tuyaux additionnels, & on remplit le vaſe d'eau ; elle monta dans la longue branche du ſyphon juſqu'au niveau du ſommet du vaſe, & elle baignoit un peu le bout inférieur de la petite branche du ſyphon, le haut reſtant plein d'air : alors, verſant conſtamment de l'eau dans le vaiſſeau pour l'entretenir plein, on débouche le premier tuyau additionnel dans lequel étoit baigné le crochet du ſyphon. L'eau deſcendit dans la longue branche du ſyphon, d'une hauteur de 2 pouces 8 lignes, & elle monta d'autant dans la longue branche.

DEUX CENT-SEIZIÈME EXPÉRIENCE.

On plaça enſuite le crochet du ſyphon dans le deuxième tuyau additionnel qui étoit, comme je l'ai dit, 6 pouces 1 ligne plus bas que le bord ſupérieur du vaſe : on remplit le vaſe d'eau, en faiſant enſorte que les deux branches montantes du ſyphon fuſſent pleines d'eau juſqu'au niveau du même bord ſupérieur : alors on débouche le tuyau additionnel, & l'eau s'abaiſſa de 3 pouces 5 lignes dans la branche deſcendante, en montant dans l'autre de la même quantité.

461. La couronne compriſe entre le bout recourbé du tube de verre, & la paroi du tuyau

additionnel, étant la partie la plus rétrécie de l'orifice, l'eau y paſſoit avec une viteſſe dûe à la hauteur du réſervoir diminuée par la contraction. Or, ſi la colonne, qui étoit immédiatement en avant du tube recourbé, eût eu la même viteſſe, ce tube ſe ſeroit vidé d'une hauteur égale à cette charge. Si au contraire cette colonne eût été ſtagnante, l'eau ſeroit reſtée dans le tube à la hauteur du réſervoir. Mais, dans les deux expériences, l'eau deſcendit d'une hauteur égale à 0,56 fois celle du réſervoir: ainſi, on a par-là la meſure du défaut de preſſion, ou de la non-preſſion que le mouvement occaſionnoit ſur l'orifice inférieur du tube recourbé.

Cet effet ſe rapporte naturellement au mouvement que l'eau prend derrière un corps choqué. Nous avons examiné ce mouvement d'une manière immédiate, par les expériences ſuivantes, qui furent faites avec le même appareil que celles du chapitre précédent. Le tube vertical, adapté à la boîte de fer blanc, en étoit aſſez éloigné pour qu'en retournant l'inſtrument, la ſurface fût dans le même cas que ſi elle eût été iſolée: & quand l'inſtrument étoit adapté au pied cube, & au priſme de 3 pieds de longueur, on a de même retourné le tout dans le fluide, pour connoître la non-preſſion derrière les corps longs. Voici les réſultats que nous avons obtenus, tant pour la ſurface percée de 5 trous ſeulement, que pour celle qui en avoit 625.

DEUX CENT-DIX-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

462. On a exposé au courant la boîte de fer blanc, d'un pied quarré de surface, qui avoit servi à l'expérience 209e, en la retournant de manière que les 5 trous étoient tournés du côté d'aval.

	lig.
Le trou du milieu de la boîte étant seul ouvert, les quatre autres fermés : hauteur répondante à la non-pression * contre ce trou, ...	12,7
Le trou à côté du centre étant seul ouvert: hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, ...	12,0
Le trou placé à 10 lignes du bord étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . .	14,9
Le trou placé au bord de la surface étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . .	15,7
Le trou placé à l'angle inférieur étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . .	15,3
Les cinq trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-pression moyenne des cinq trous, ...	15,0

* Nous entendons par cette expression, l'abaissement du fluide au dessous de son niveau naturel, ou la diminution de la pression morte qui auroit lieu si le fluide étoit en repos.

DEUX CENT-DIX-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

La boîte percée de 5 trous, étoit adaptée au cube, & tournée du côté d'aval.

Le trou du milieu de la boîte étant seul ouvert, tous les autres fermés : hauteur de la non-pression contre ce trou, . . lig. 7,2
Le trou à côté du centre étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, ... 7,1
Le trou placé à 10 lignes du bord étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . . 8,0
Le trou au bord de la surface étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, ... 6,0
Les cinq trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-pression moyenne des cinq trous, ... 6,9

DEUX CENT-DIX-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

La boîte percée de 5 trous, étoit adaptée au prisme de 3 pieds de longueur.

Le trou du milieu étant seul ouvert, tous les autres fermés : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . lig. 1,5
Le trou placé à 10 lignes du bord, étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou, . . . 3,2

Les 5 trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-preſſion moyenne des 5 trous, ... lig. 1,12

DEUX CENT-VINGTIÈME EXPÉRIENCE.

On a expoſé au courant la boîte d'un pied quarré, percée de 625 trous qui étoient tous ouverts :

Hauteur répondante à la non-preſſion moyenne contre tous les trous, . . lig. 13,1

On a enſuite expoſé au même courant la face d'un pied cube, dont la boîte faiſoit le plan poſtérieur :

Hauteur répondante à la non-preſſion moyenne contre tous les trous, . . lig. 5,3

On a auſſi expoſé au même courant la face d'un priſme de 3 pieds de longueur, dont la boîte faiſoit la face poſtérieure :

Hauteur répondante à la moindre preſſion moyenne contre tous les trous, . . lig. 3,0

DEUX CENT-VINGT-UNIÈME EXPÉRIENCE.

On a expoſé au même courant la petite boîte ſimple, percée de 81 trous qui étoient tous ouverts, faiſant face à l'aval :

Hauteur répondante à la non-preſſion moyenne contre tous les trous, . . lig. 12,2

DEUX CENT-VINGT-DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

On a exposé de même, à l'effet de la non-pression, l'entonnoir de l'expérience 214e, avec & sans diaphragme :

Hauteur répondante à la non-pression de l'entonnoir, avec diaphragme, . . . lig. 10,4

Hauteur répondante à la non-pression de l'entonnoir, sans diaphragme, . . . 7,8

Observations & réflexions sur ces expériences.

463. Il résulte de ces expériences, 1°. que la non-pression diminue considérablement par l'alongement du corps ; 2°. qu'elle diminue un peu de la circonférence du corps à son centre, quoique la 218e expérience indique en cela une marche très-irrégulière, & même contraire. Mais cet effet peu avoir été produit par une foible déviation au trou du bord : ce qui met en évidence la diminution de la non-pression vers le centre est, que les 5 trous ouverts donnent plus de non-pression que les 625, parce qu'ils répondoient plus à proportion à la circonférence qu'au centre ; & au contraire, la petite boîte qui avoit moins de trous au bord, à proportion que la grande, donne moins de non-pression. 3°. Sans cette dernière différence, la hauteur de la non-pression moyenne feroit la même pour la petite surface (expérience 221e), que pour la grande

(expérience 220e) : ce qui indique que les non-preſſions ſont proportionnelles à l'étendue des ſurfaces entièrement plongées.

La non-preſſion de l'entonnoir, même avec diaphragme, eſt moindre que celle de la ſurface mince, parce que ſa figure ſe rapporte à celle d'un corps d'une certaine longueur.

464. Il ſemble d'abord qu'aucune force directe n'oblige l'eau à ſe mouvoir derrière un corps choqué, & qu'elle y devroit reſter ſtagnante ; mais il n'eſt pas de la nature des fluides qu'une maſſe d'eau, quoique garantie d'une impulſion directe, reſte immobile ; tandis qu'elle eſt entourée par des filets qui ſe meuvent ſuivant des directions convergentes. Nous avons vu que la viteſſe des filets qui entourent la ſurface antérieure d'un corps plongé, eſt conſidérablement augmentée. Le fluide échappé de devant ſa ſurface, prend des directions divergentes, en s'éloignant de l'axe du corps ; mais il eſt réprimé par la réaction du fluide ambiant, qui réſiſte au changement de ſa direction, & repouſſe vers le corps le fluide échappé. Si le corps eſt court, les filets d'abord divergens, redeviennent bientôt parallèles, & enſuite convergens, pour repaſſer derrière le corps, auſſitôt qu'il finit : & ils ſont alors d'autant plus convergens, que le corps s'eſt trouvé plus court ; ou bien ils ne ſe rencontrent qu'à une plus grande diſtance derrière le corps, s'il eſt long. La raiſon en eſt que, tandis que le

corps eſt préſent, les filets, rendus divergens par la partie antérieure du corps, agiſſent ſur le fluide ambiant, lui impriment un mouvement propagé latéralement, & perdent eux-mêmes une grande partie de l'excès de viteſſe qu'ils avoient : mais s'il leur eſt libre de ſe jeter promptement derrière le corps, ils le font avec encore beaucoup de viteſſe, & ſous des directions fort convergentes, en cédant à la preſſion du fluide ambiant, qui a encore preſque toute ſon énergie.

Si la viteſſe générale du fluide eſt très-conſidérable ſur-tout à de grandes profondeurs, les filets convergens derrière le corps, ſe réuniſſent en laiſſant une pyramide vide derrière le corps : car s'il y reſtoit de l'eau, on voit que, par le principe précédent (453), la preſſion latérale des parois fluides de cette pyramide creuſe, étant très-diminuée ou même négative, il faut que le fluide ſtagnant, qui exerce toute la ſienne, s'écoule & ſe diſſipe en ſe mêlant avec le fluide ambiant, & il ne pourra être remplacé par aucune autre partie du même fluide. Mais ſi la viteſſe eſt moins grande, le vide ne ſe formera pas ; la pyramide précédente ſera compoſée d'un fluide inceſſamment fourni par ſa ſurface, & dépenſé par le pourtour de ſa baſe ; enſorte que l'eau de la pouppe fluide aura un mouvement du centre à la circonférence de la ſurface poſtérieure du corps, dont l'effet ſera de rendre

la

la non-preſſion plus grande vers les bords, & un peu moindre vers le centre.

465. D'après cet expoſé du mouvement de l'eau derrière une ſurface mince ou un corps, on peut ſe rendre raiſon de tous les effets de la non-preſſion. Le fluide, en convergeant derrière le corps vers ſon axe prolongé, ſe mêle néceſſairement avec la poupe fluide qu'il nourrit & qu'il entretient, en lui communiquant un mouvement plus ou moins rapide de tournoiement & de tranſlation, qui tient le milieu entre le repos & la viteſſe générale du fluide ambiant. A meſure que le corps s'alonge, les filets latéraux s'étendent à travers le fluide ambiant, y perdent peu-à-peu leur excès de viteſſe; & quand ils viennent à paſſer contre l'angle de la face poſtérieure du corps, ils n'ont plus aſſez de viteſſe pour entraîner ceux de la baſe de la poupe fluide, avec la violence néceſſaire pour renouveler cette poupe en peu de temps, & donner lieu à une grande non-preſſion, ſoit par la tranſlation réelle du fluide qui la forme, ſoit par la moindre preſſion qu'exerce ce fluide en ſe portant du milieu de la ſurface vers ſes bords. Ainſi, la non-preſſion diminue à meſure que le corps & la poupe fluide acquièrent plus de longueur; & il arrive enfin que, quand l'alongement devient très-grand, les filets latéraux n'ont pas plus de viteſſe que le fluide ambiant; & ils ne ſe rejoignent qu'à une diſtance aſſez conſi-

dérable pour ne pas entraîner ſenſiblement la pouppe fluide : alors la non-preſſion devient à-peu-près nulle.

466. Le mouvement des molécules le long du plan poſtérieur, augmente un peu la non-preſſion ; & cet effet eſt plus grand vers la circonférence. Si on compare les 217e & 218e expériences, avec les réſultats correſpondans de l'expérience 220e, on verra que, par la diſpoſition des trous, les premières donnent une non-preſſion plus forte que celle qui convient à toute la ſurface, & que l'expérience 220e la donne au contraire un peu trop foible, à cauſe de la marge qui reſtoit ſans trous. En combinant ces deux extrêmes, nous avons vu que, pour avoir la vraie non-preſſion moyenne, il falloit augmenter d'un dixième celles que préſente l'expérience 220e, & que cette correction répond exactement à celle que nous avons faite en raiſon inverſe à la preſſion antérieure de la même ſurface. Ainſi, avec une viteſſe de 36 pouces par ſeconde, dont la hauteur dûe eſt de $21{,}5^{lig}$: les hauteurs dûes aux non-preſſions moyennes ſont de $14{,}41^{lig}$ pour une ſurface plane très-mince, de $5{,}83^{lig}$ pour celle d'un pied cube, & $3{,}3^{lig}$ pour celle d'un priſme dont la longueur eſt triple du côté de ſa baſe quarrée. Nommant q le rapport variable de ces hauteurs à celle qui eſt dûe à la viteſſe, de

manière que qh exprime dans les trois cas les hauteurs de non-preſſion, on aura pour la ſurface mince $q=0,67$: pour le cube, $q=0,271$: & pour le priſme, $q=0,153$.

467. On ſent bien que ce n'eſt pas là longueur abſolue du corps qui rend les non-preſſions variables, mais une longueur relative à la ſurface antérieure. Nous avons d'ailleurs reconnu, par des expériences qu'on verra ci-après (chap. 7), que la déviation poſtérieure des filets eſt la même pour des corps ſemblables, & même pour des priſmes dont les ſections ſont inégales & diſſemblables, pourvu que leurs longueurs ſoient proportionnelles aux racines quarrées des ſections ; ce qui prouve que, dans ce cas-là ſeulement, les hauteurs de non-preſſion ſont égales, & leur effet proportionnel aux ſurfaces.

468. Nous avons un trop petit nombre d'expériences ſur les non-preſſions des priſmes, pour eſpérer d'en déduire avec exactitude la loi de la diminution des non-preſſions : on peut néanmoins haſarder quelques conjectures à cet égard, d'autant mieux, que ces quantités étant très-petites pour de grandes longueurs, les erreurs ne ſont pas de conſéquence. On voit d'abord que les hauteurs de non-preſſion, ou bien leurs rapports q, ſont relatives à l'inverſe du rapport entre la longueur & la racine quarrée de la ſection, que nous exprimerons par $\frac{l}{\sqrt{s}}$; mais ils ne ſont pas pour

cela proportionnels à $\frac{\sqrt{s}}{l}$, puiſque pour une ſurface infiniment mince, la non-preſſion n'eſt pas infinie. La proportion n'eſt pas plus exacte en ajoutant une quantité conſtante à $\frac{l}{\sqrt{s}}$. Il ſemble plutôt qu'il ſont en raiſon inverſe des logarithmes de $\frac{l}{\sqrt{s}}$, lorſqu'on y ajoute une quantité plus grande que l'unité, pour que le logarithme ne ſe réduiſe jamais à zéro : ce qui indiqueroit auſſi une non-preſſion infinie. En effet ſi, aux trois valeurs 0, 1, & 3 de $\frac{l}{\sqrt{s}}$ on ajoute la quantité 1,42, & qu'on en prenne les logarithmes dans les tables, on les trouvera de 0,152 : 0,383 : 0,645, qui ſont aſſez exactement en raiſon inverſe des valeurs de q ; de ſorte que la non-preſſion, pour la ſurface mince, étant connue, on peut en déduire toutes celles qui ſont relatives aux différentes longueurs des corps. Ceci au reſte ne doit être regardé que comme un ſimple apperçu qui ne convient abſolument qu'à des corps priſmatiques.

469. La hauteur de la non-preſſion n'étant relative qu'à la longueur du corps, & à la viteſſe du fluide, & non pas à la grandeur de la ſurface, il en doit réſulter que, toutes les fois que cette hauteur ſera plus grande que la racine quarrée de la ſurface expoſée à la non-preſſion, & que le corps ſera plongé à une très-petite profondeur, il ſe formera une pouppe vide der-

rière cette surface. Ainsi, une surface mince d'un pouce quarré, exposée à un courant qui auroit 36 pouces de vitesse, & plongée d'une ligne ou deux seulement, ne seroit point appuyée par derrière, & essuieroit une non-pression totale; & si la non-pression suit exactement le rapport du quarré des vitesses, il faudroit une vitesse de près de 12 pieds par seconde, pour que la pouppe d'une surface mince d'un pied quarré fût vide, ou que la non-pression fût totale. Au-delà de ce terme, que deviendroit la loi du quarré des vitesses? & la non-pression pourroit-elle augmenter? Mais si le corps est plongé à une profondeur tant soit peu considérable, la pression de l'eau, jointe à celle de l'atmosphère empêche la pouppe vide de se former, & la loi du quarré des vitesses est observée.

470. Ce que nous venons de dire sur la non-pression des corps plongés, doit avoir lieu également pour les corps flottans, avec cette différence que, pour ceux-ci, l'intensité de la non-pression paroît plus grande & plus irrégulière. Quand même le fluide conserveroit derrière le corps son niveau ordinaire, comme il le fait sensiblement pour ceux qui sont suffisamment plongés, il n'en existeroit pas moins une non-pression telle que nous venons de la déterminer, & même plus forte, puisque le fluide latéral s'y meut avec plus de vitesse. Mais le fluide postérieur s'abaissant plus ou moins au dessous de son

niveau, suivant la vitesse qu'il a, & la figure du corps, c'est encore une nouvelle cause de non-pression qui peut, dans bien des cas, rendre la résistance des corps flottans plus grande que celle des corps plongés. Cet effet auroit sur-tout lieu quand les corps sont courts & la vitesse considérable, quoique d'ailleurs la pression antérieure paroisse moindre. Cette cause doit s'ajouter à ce que nous avons dit précédemment sur le rapport des résistances des corps flottans (446); & il peut arriver que la résistance de ces corps augmente, à surfaces égales, en plus grand ou en moindre rapport que le quarré des vitesses; à même flottaison en plus grand rapport que les largeurs, & à même largeur en moindre raison que les profondeurs.

Nous n'avons fait aucunes expériences sur la résistance des corps flottans : celles qui ont été faites à l'École Militaire & à Paris, prouvent assez que, toutes choses égales d'ailleurs, ceux qui sont courts éprouvent plus de résistance que ceux dont la longueur est en plus grand rapport avec la racine quarrée de leur base.

Rien au reste n'est plus propre à donner une idée nette du mouvement de l'eau en avant d'un corps, le long de ses côtés & à sa partie postérieure, que d'observer celui qui a lieu en avant des bajoyers ou des piles d'un pont, & à la queue des mêmes piles. On peut aussi relire les paragraphes 11, 174 & 416.

CHAPITRE V.

Mesure de la pression & de la non-pression qu'un corps plongé essuie en se mouvant dans un fluide indéfini en repos.

471. TOUS ceux qui se sont occupés de la résistance des fluides, ont posé pour premier axiome, que l'effort capable de retenir un corps immobile dans un fluide en mouvement, étoit égal à la force nécessaire pour le mouvoir avec la même vitesse dans le même fluide en repos. Ce principe, sans être prouvé, paroissoit du moins si probable, qu'on n'en doutoit pas, & qu'on n'avoit cherché à le vérifier par aucune expérience; mais on risque souvent de se tromper, quand on applique aux fluides les lois du mouvement qui conviennent aux solides. Ne pouvoit on pas croire que, dans l'état de repos, l'eau offre plus de facilité à se laisser diviser, & par conséquent moins de résistance que quand elle est en mouvement?

C'est pour confirmer ou détruire cette opinion, que nous avons entrepris un nouveau cours d'expériences, dont le résultat étonnera peut-être autant qu'il nous a satisfait. Nous n'avons fait que répéter celles des chapitres précédens; avec cette

différence, que le fluide étoit en repos, & que nous avons pu varier les viteſſes de la ſurface ou du corps mû.

Préparation aux expériences.

472. La navigation entre Mons & Condé ſe fait ſur la Haine, rivière qui n'eſt pas naturellement aſſez forte pour porter de gros bateaux; mais on augmente à volonté ſa profondeur par une ſuite d'écluſes qui ſoutiennent ſes eaux, & qui partagent ſon cours en autant de baſſins. Les jours deſtinés à la navigation, les écluſes inférieures ſont exactement fermées; & tandis que les eaux ordinaires de la rivière ſont employées à remplir les baſſins ſupérieurs, celles des baſſins inférieurs ſont en repos, ſur-tout vers Condé où eſt le dernier baſſin. C'eſt ce temps & cet emplacement que nous avons choiſi pour nos expériences.

473. Deux barques plates, de l'eſpèce de celles qui ſervent de canot aux grands bateaux de la navigation, ayant été placées à 6 pieds de diſtance, parallèlement l'une à l'autre, furent fixées ſolidement dans cette poſition par un aſſemblage de madriers, qui formoient un plancher ou plate-forme pardeſſus. La longue barre de fer qui nous avoit ſervi pour les autres expériences, fut auſſi employée pour celles ci, mais d'une autre manière: elle fut coudée d'équerre,

de sorte que la plus longue branche étant couchée & attachée sur le plancher, l'autre trempoit verticalement dans l'eau à laquelle elle présentoit le tranchant. C'est à celle-ci qu'étoit fixée la grande boîte de fer blanc, de manière que son centre étoit à 15 pouces au dessous du niveau de l'eau : sa surface étoit tournée du même côté que l'avant des petits bateaux, perpendiculairement à leur quille, & au milieu de leur intervalle, qui, dans sa position, étoit d'environ 8 pieds.

Le tuyau vertical, qui contenoit le flotteur, étoit tout près du bord du plancher; & un de nous, constamment placé à ce point, pouvoit facilement observer les ascensions & les abaissemens du flotteur, comparés avec le point où il étoit dans l'état de repos qui indiquoit le niveau de la rivière. On prenoit ou vérifioit souvent ce dernier point, pour observer si l'enfoncement des bateaux varioit par les filtrations, ce qui étoit presque toujours insensible. Leur fond étoit si plat, qu'étant chargés du plancher, de l'observateur & d'un contrepoids pour les maintenir de niveau, ils ne tiroient pas 4 pouces d'eau. La plate-forme étoit élevée d'environ 1 pied au dessus du niveau de l'eau : ainsi, malgré le foible mouvement que les bateaux occasionnoient, l'instrument, enfoncé de 15 pouces, pouvoit être considéré comme parfaitement isolé, & dans un fluide indéfini, la rivière ayant d'ail-

leurs 6 pieds de profondeur dans ſon milieu, & plus de 40 pieds de largeur.

Les bateaux étoient tirés, au moyen de deux longues cordes attachées à leur avant, par des ouvriers exercés au tirage des grands bateaux; ils marchoient parallèlement, de chaque côté de la rivière, dans des ſentiers alignés, pratiqués ſur les digues; & ils étoient aſſez en avant des bateaux pour que la ligne de traction fût preſque horizontale. Avant de commencer chaque expérience, les bateaux étoient mis en mouvement ſur 10 à 15 toiſes, & le reſte de leur courſe étoit parcourue aſſez uniformément, comme on en pouvoit juger par les foibles variations du flotteur. Un deuxième obſervateur placé ſur le rivage, meſuroit avec une bonne montre à ſecondes, le temps que les bateaux mettoient à parcourir uniformément 50 toiſes. Chaque expérience fut répétée pluſieurs fois, en montant & deſcendant avec la même viteſſe, autant qu'il étoit poſſible, pour s'aſſurer ſi la rivière n'avoit pas un mouvement propre. Cette vérification ne nous indiquoit que de très-légères différences, d'après leſquelles nous avons conclu les véritables viteſſes par des réduites, avec plus de préciſion que par les temps obſervés, ſur leſquels on pouvoit ſe tromper d'un tiers de ſeconde.

473. Nous avons expoſé au choc la grande boîte d'un pied quarré, percée d'abord de 2 trous ſeulement, l'un au centre, & l'autre tout-

à-fait au bord, & enſuite de 625 trous. Après avoir obſervé la preſſion contre les trous, préſentés en avant, on a obſervé de même la non-preſſion dans le ſens contraire ; enſuite nous expoſâmes un tube vertical de 18 lignes de diamètre extérieur recourbé horizontalement par le bas, ſur 13 pouces de longueur, & plongé dans cette partie à la même profondeur de 15 pouces au deſſous du niveau de l'eau. Après avoir obſervé directement la preſſion & la non-preſſion qui avoient lieu contre ſon orifice ſitué dans un plan vertical, on le fixa ſur le côté extérieur d'un des bateaux, au moyen d'un madrier prolongé de 4 pieds en dehors, de ſorte que le plan vertical de ſon orifice étoit alors parallèle à la direction du mouvement : dans cet état, il a eſſuyé une non-preſſion.

474. Tous ces réſultats ſont exprimés dans le tableau ſuivant, dont la première colonne indique les viteſſes du mobile ; la ſeconde, les hauteurs dûes à ces viteſſes, ou les valeurs de h ; la troiſième, les hauteurs de preſſion antérieure, ou de non-preſſion poſtérieure, que nous exprimons par H, la quatrième, les rapports $\frac{H}{h}$ de ces deux hauteurs, ou les valeurs de m & de q ; enfin, lorſqu'il s'eſt trouvé des expériences où les viteſſes étoient à peu près pareilles, on a pris une réduite ſur ces rapports, ce qui forme la cinquième colonne.

Tableau des expériences sur la pression & la non-pression qu'éprouve la surface plane d'un corps mis en mouvement dans l'eau stagnante.

Numéros des expérienc.	Vitesse du mobile.	Hauteurs dûes aux vitesses	Hauteurs dûes à la pression.	Rapports de ces hauteurs	Rapports moyens
Pression contre l'orifice du centre d'une surface mince.					
	po.	lig	lig.		
223.	34,32	19,52	21	1,075	1,092
224.	34,40	19,81	22	1,110	
225.	36,36	21,91	24	1,098	1,085
226.	37,43	23,22	25	1,076	
227.	48,72	39,34	42	1,067	1,058
228.	49,12	39,99	42	1,050	
229.	51,00	43,11	45	1,044	1,044
230.	54,00	48,29	50	1,035	1,037
231.	54,90	50,00	52	1,040	
Pression contre le trou percé au bord.					
232.	40,14	26,67	8,5	0,319	0,318
233.	56,60	51,97	16,5	0,317	
234.	59,20	58,09	18,5	0,318	
Pression contre les 625 trous.					
235.	25,63	10,89	12	1,102	1,102
236.	41,52	28,57	29	1,015	1,015
237.	50,60	42,43	43	1,013	1,0135
238.	51,74	44,37	45	1,014	
Pression contre le tube direct.					
239.	27,78	12,79	15,5	1,212	1,221
240.	29,70	14,62	18,0	1,231	
241.	39,54	25,90	28,5	1,104	1,112
242.	40,52	27,21	31,5	1,121	
243.	67,05	74,51	77,0	1,033	1,033

Numéros des expérienc.	Vitesses du mobile.	Hauteurs dûes aux vitesses.	Hauteurs dûes à la non-pression.	Rapports de ces hauteurs.	Rapports moyens
		Non-pression contre l'orifice du centre.			
	po	lig.	lig.		
244.	33,52	18,62	9,0	0,483	0,483
245.	34,32	19,52	9,5	0,486	0,486
246.	44,11	32,24	16,5	0,516	0,516
247.	54 90	50,00	29,0	0,580	0,580
248.	55,89	51,77	30,00	0,579	
		Non-pression contre le trou du bord.			
249.	49,83	41,15	20,0	0,486	0,476
250.	52,13	45,04	21,0	0,466	
		Non-pression contre les 625 trous.			
251.	29,4	14,31	6,0	0,419	0,411
252.	34,6	19,84	8 0	0,403	
253.	45,4	34,16	16,0	0,468	0,468
		Non-pression postérieure contre le tube retourné.			
254.	59,20	58,09	8,0	0,138	0,138
		Non-pression latérale sur le tube.			
255.	35,02	20,32	19,0	0,935	0,935
256.	53,78	47,74	50,0	1,043	1,043
257.	55,94	51,86	56,0	1,080	1,080

Conséquences qui résultent de ces expériences.

475. Les expériences que nous venons de rapporter offrent, à bien des égards, un nouvel ordre de choses qu'il est bon d'examiner en détail, en comparant ces observations, avec celles

qui précèdent sur la résistance des corps immobiles dans un fluide qui se meut.

1°. La pression ne diminue pas aussi sensiblement du centre à la circonférence, & au lieu d'une pression négative vers les bords, il s'y produit encore une pression positive assez considérable, puisqu'elle est mesurée par le tiers de la hauteur dûe à la vitesse, ce qui indique que l'eau s'écoule alors le long de la surface antérieure avec moins de vitesse, ou bien d'une manière plus uniforme.

2°. Les rapports $\frac{H}{h}$ ou les valeurs de m, ne sont pas constans, & la pression paroît diminuer en moindre raison que le quarré des vitesses. La difficulté d'observer, à une demi-ligne près, la hauteur du flotteur, occasionne quelques différences pour des vitesses à-peu-près égales : mais les réduites de la cinquième colonne rectifient les erreurs, & indiquent clairement cette loi. Il paroît néanmoins que les pressions sont sensiblement proportionnelles aux quarrés des vitesses, quand celles-ci sont de 3 à 4 pieds, & au delà : ce n'est que pour des vitesses moindres, que les pressions paroissent plus grandes que ce rapport ne les donneroit. Cet effet se lie très-bien avec ce que nous avons constamment observé sur le mouvement de l'eau qui coule le long d'une paroi, ou d'une surface quelconque. Plus la vitesse est petite, plus la viscosité du fluide la retarde à

proportion, par l'adhéſion & l'attraction contre la paroi. Ainſi, la viteſſe du mobile étant petite, celle qui a lieu le long de la ſurface antérieure, le devient encore plus à proportion; & la preſſion ſe trouve par-là un peu augmentée ou moins diminuée qu'elle ne devroit l'être. Ce qui prouve encore mieux cet effet, c'eſt que les valeurs de m ſont conſtantes pour le ſeul orifice du bord de la ſurface, parce que la viteſſe, qui eſt parallèle au plan dans cette partie, étant beaucoup plus conſidérable que ſur tout le reſte de la ſurface, elle n'étoit pas diminuée par la même cauſe. On peut donc conclure que la loi du quarré des viteſſes eſt aſſez exacte pour la preſſion qui répond à des viteſſes de 3 à 4 pieds, ou davantage.

3°. En diminuant un peu les hauteurs de preſſion, données par tous les trous, à cauſe de ceux qui manquent aux bords, on peut conclure aſſez exactement la hauteur moyenne, dûe à la preſſion ſur toute la ſurface, égale à celle qui eſt dûe à la viteſſe du mobile, du moins pour les viteſſes au deſſus de 36 pouces par ſeconde. De ſorte qu'on a dans ce cas $m=1$, au lieu de 1,186 que nous avons trouvé pour le fluide en mouvement; ce qui conſtate déja, de la manière la plus évidente, la différence des réſiſtances dans les deux cas.

4°. Les obſervations précédentes s'appliquent de même au tube recourbé qui préſente au choc

une surface fluide ; on y remarque encore mieux, que les variations de la quantité m ne sont sensibles que pour les petites vitesses. Le pression y est aussi plus grande que celle qui a lieu contre une surface solide, ainsi que nous l'avons déja remarqué, quand c'est le fluide qui se meut. Il est probable que, pour des vitesses un peu considérables, telles que de 5 à 6 pieds, & au-delà, on auroit $m=1$, c'est-à-dire, que l'eau ne s'élèveroit, par la pression, qu'à la hauteur dûe à la vitesse.

5°. La non-pression se fait ici d'une manière différente ; & elle paroît diminuer un peu, du centre à la circonference, dans le même ordre que les pressions. Les valeurs de q augmentent avec les vitesses, & ne semblent pas même devenir constantes, ce qui annonce une cause qui fait augmenter les non-pressions, & par conséquent, les résistances en plus grande raison que le quarré des vitesses, lorsque celles-ci sont considérables. Nous ne pouvons donc pas déterminer les valeurs de q, relatives aux non-pressions, si ce n'est pour quelques vitesses particulières, à moins de connoître une loi qui indique à-peu-près comment ces quantités varient suivant les vitesses.

6°. La non-pression du tube retourné est très-foible, & ne donne $q=0,138$, que parce que le corps étoit fort long, relativement à sa section. Il paroît même que cette non-pression est plus

forte

forte qu'on ne la concluroit pour cette longueur, parce qu'elle eſt produite ſur une ſurface fluide. Ce tube étant mû latéralement, produit une non-preſſion dont la hauteur eſt à-peu-près égale à celle qui eſt dûe à la viteſſe: on auroit obtenu le même réſultat avec un tube droit & vertical. Les conſéquences de cette dernière expérience, ont été déduites précédemment (453).

476. Tous ces faits ſe lient aſſez bien avec ce que nous avons déja obſervé ſur la manière dont un fluide agit ſur un corps immobile. Nous avons vu que, quand le fluide ſe meut contre un corps, il ſe diviſe en avant, pour paſſer autour de lui ſur une certaine étendue avec un accroiſſement de viteſſe. De même, quand le corps ſe meut, le fluide ne pouvant pas s'amonceler devant lui, il s'échappe par les bords avec une viteſſe réelle, contraire à celle du corps, & qui repréſente l'augmentation qui a lieu dans le premier cas. Mais comme un fluide en repos ſe diviſe plus facilement, il doit ſans doute ſe dévier de plus loin, & moins réſiſter à un mouvement quelconque, pour lequel il eſt indifférent. De-là il réſulte que la viteſſe du fluide le long de la ſurface doit être moins grande, & l'étendue ſur laquelle le fluide paſſe de l'avant à l'arrière plus ſpacieuſe. D'après cela, il n'eſt pas étonnant que la preſſion ſoit poſitive vers les bords, & que les filets déviés ayant plus d'étendue, & par

conſéquent moins de viteſſe, la preſſion totale ſe trouve diminuée.

Les filets environnans, qui ſe meuvent en ſens contraire du corps, ſont reſſerrés entre lui & le fluide ſtagnant : ils tendent donc à ſe répandre en tout ſens. Mais l'inertie du fluide les repouſſe derrière le corps, & les fait converger à une diſtance plus ou moins grande, ſuivant qu'ils ont plus ou moins perdu de viteſſe pendant que le corps a paſſé, c'eſt-à-dire, ſelon ſa longueur, comme cela arrive quand c'eſt le fluide qui ſe meut. Et comme, dans la première hypothèſe, la colonne qui eſt derrière le corps immobile n'auroit aucun mouvement, & preſſeroit le corps de toute ſa force morte, ſi la convergence des filets, & leur plus grande viteſſe, ne la faiſoit pénétrer par le fluide en mouvement, & ne lui faiſoit éprouver une tranſlation relative ; de même, dans la ſeconde hypothèſe, la colonne fluide qui ſuit le corps, n'éprouvant aucune réſiſtance de front, à l'abri du corps, ſe mouvroit avec la même viteſſe que lui, & laiſſeroit agir contre lui toute la preſſion morte, ſi la convergence des filets & leur plus grande viteſſe n'obligeoit le fluide ambiant, & cenſé immobile, à ſe mêler avec elle en la pénétrant, & diminuant ainſi ſa viteſſe ; ce qui produit auſſi une non-preſſion, mais moindre que la précédente.

477. La viteſſe avec laquelle le fluide paſſe autour du corps, peut bien n'être pas propor-

tionnelle à celle du mobile. Il semble que plus les filets échappés de devant le corps ont de viteſſe pour s'échapper, plus ils doivent éprouver de réſiſtance de la part de l'inertie du fluide environnant, ce qui les oblige de ſe contracter davantage en augmentant leur viteſſe ſur la longueur du corps, & par conſéquent la non-preſſion poſtérieure. C'eſt peut-être ainſi que la non-preſſion augmente en plus grande raiſon que le quarré des viteſſes. Si l'on s'en tenoit aux expériences que nous avons faites, il y a une infinité de lois qui cadreroient avec les non-preſſions obſervées; mais il n'en eſt peut-être qu'une, qui, en s'accordant avec nos expériences, peut augmenter les non-preſſions au point de donner à proportion une réſiſtance double, quand les viteſſes ſont de 1000 à 1200 pieds par ſeconde, comme il arrive dans le mouvement des projectiles lancés par les bouches à feu. Nous examinerons plus particuliérement cet effet, quand nous parlerons de la réſiſtance de l'air.

* Nous nous contenterons à préſent d'indiquer que, quand les rapports des viteſſes réelles du mobile à une petite viteſſe conſtante de $2{,}2^{po}$, augmentent en progreſſion géométrique, les valeurs de q paroiſſent augmenter en raiſon arithmétique, ou être les logarithmes des rapports.

478. L'expérience nous ayant montré que la non-preſſion diminue un peu vers les bords,

nous avons pu conclure que, relativement à la non-preſſion moyenne ſur toute la ſurface, on avoit $q=0,46$ pour une viteſſe de 46 pouces par ſeconde, & $q=0,4$ pour celle de 32 pouces. D'après ces données, qui ſuivent une loi ſemblable à celle qui a lieu pour les non-preſſions au centre, nous avons trouvé $q=0,5$ pour une viteſſe de 55 pouces; de ſorte que, pour toute autre viteſſe V, on peut faire la proportion $\text{L.}\frac{55}{2,12} : \text{L.}\frac{V}{2,12} :: 0,5 : q = \frac{\text{L.}\frac{V}{2,12}}{2\text{L.}\frac{55}{2,12}} = \frac{\text{L.}\frac{V}{2,12}}{2,8}$, en ſe ſervant des logarithmes des tables.

Cette expreſſion ne convient qu'aux rapports de non-preſſion moyenne ſur toute la ſurface: car, pour le centre, le dénominateur conſtant de cette fraction ſeroit 2,45, au lieu de 2,8; & pour le bord de la ſurface, il excéderoit 2,8. Il ſuit de cette formule, que la non-preſſion ſeroit nulle pour une viteſſe d'environ 2 pouces; ce qui n'eſt pas étonnant: mais on doit remarquer en même temps, que la preſſion antérieure augmente conſidérablement pour des viteſſes auſſi petites.

479. Si, dans nos expériences ſur le corps immobile, nous avions été à même de varier les viteſſes, il eſt probable que nous aurions trouvé de ſemblables variations, tant pour les preſſions que pour les non-preſſions; mais en comparant l'un & l'autre cas à la même viteſſe de 36 pouces par ſeconde, il n'en eſt pas moins

certain que le corps immobile éprouvoit une plus grande preſſion dans le rapport de 1,186 à 1, quand la ſurface étoit très-mince. Dans le même cas, la non-preſſion ou $q=0,67$; tandis qu'en calculant cette quantité pour la ſurface qui ſe meut avec la même viteſſe, on trouve $q=0,433$: ce qui indique auſſi une non-preſſion moindre que ſur le corps immobile.

CHAPITRE VI.

De l'intenſité de la réſiſtance directe pour les ſurfaces minces, & les corps priſmatiques à baſes planes.

480. AYANT trouvé, par des expériences immédiates, quelle eſt la preſſion & la non preſſion qu'eſſuient les ſurfaces, ou les priſmes qui reçoivent le choc de l'eau étant immobiles, ou qui le choquent en ſe mouvant, il ſembleroit qu'il ne nous manque rien pour déterminer l'intenſité de la réſiſtance dans ces deux cas. Il y a cependant deux autres efforts à conſidérer, dont nous n'avons point parlé juſqu'à préſent: le premier, qu'on peut appeler la force rétrograde, conſiſte dans la force motrice dont eſt doué tout corps qui ſe trouve plongé ou qui flotte ſimplement ſur un fluide dont la ſurface

n'eſt pas de niveau. L'eau ne peut avoir de mouvement ſans pente ; le choc eſt dû au mouvement, mais le mouvement eſt dû à la pente. Quand donc un corps eſt retenu immobile dans l'eau qui ſe meut, il participe à la pente du fluide ; & il a une force accélératrice égale à celle du volume d'eau qu'il déplace, multiplié par la pente du courant. Si le corps étoit libre, non-ſeulement il deſcendroit avec le fluide, mais il acquerroit en vertu de cette force une plus grande viteſſe que le fluide, comme nous l'avons vu ci-devant (220 & 417) ; quand au contraire c'eſt le corps qui ſe meut dans un fluide indéfini, il paroît que ſon mouvement ne peut pas produire un remou en avant de lui, ni un abaiſſement du fluide en arrière, qui tiennent lieu d'une pente, & qui puiſſent lui procurer une force rétrograde. Cet élément eſt donc nul dans ce cas, & il ne pourroit devenir ſenſible qu'en ſuppoſant le corps mû dans un canal dont la ſection ne ſeroit pas en grand rapport avec celle du corps.

481. Le ſecond effort qui peut encore augmenter la réſiſtance, eſt celui du frottement contre la paroi du corps. Pour l'eſtimer de la manière la plus probable, on pourroit conſidérer la paroi du corps comme un canal dans lequel couleroit une veine fluide avec la viteſſe du mobile ou du fluide environnant, & calculer le frottement par la pente qu'il faudroit ſur la longueur du corps pour imprimer cette viteſſe, ou

plutôt pour vaincre la réſiſtance, en employant la formule du mouvement uniforme des eaux courantes. Mais il faut encore ici avoir égard à la longueur du corps : car les filets qui ſe font contractés aux bords de la ſurface antérieure, ſe courbent & longent une partie des parois latérales du corps ſans les toucher, du moins quand le choc ſe fait à la ſurface, comme nous l'avons obſervé à l'enttée de notre canal factice (11) : & pour les corps entièrement plongés, le fluide adhérent à ces parois n'a pas à beaucoup près la viteſſe des filets contractés ; & ceux-ci, gliſſant ſur une portion de fluide qui a la liberté de tournoyer, n'éprouvent pas de frottement ſenſible. C'eſt ainſi que l'eau qui coule dans des tuyaux courts, éprouve à proportion beaucoup moins de réſiſtance que dans les longs tuyaux où le régime eſt établi. Or nous avons vu (247), que la longueur néceſſaire au régime paroiſſoit proportionnelle à l'étendue de la ſection, ou à la quantité du fluide contracté : nous pouvons donc conclure de même que la longueur du corps, néceſſaire pour que la réſiſtance du frottement devienne ſenſible, eſt proportionnelle à la grandeur de ſa ſurface. Si on calcule cette force pour notre priſme de 3 pieds de longueur, à la viteſſe de 36 pouces, on ne la trouvera que d'environ $\frac{8}{10}$ de livre, en ſuppoſant que le frottement acquiert toute ſon énergie depuis la ſurface antérieure ; mais, d'après ce que nous

venons de dire, ce corps n'en éprouvoit peut-être pas la dixième partie. Nous pouvons donc ici négliger la réſiſtance qui provient du frottement, ſur-tout pour le cube & le priſme de 3 pieds de longueur; & en général cette réſiſtance eſt toujours une très-petite partie de celle qui provient du choc direct. Elle ne peut devenir importante que quand on conſidère des corps dont la longueur eſt grande en comparaiſon de la racine quarrée de leur ſection, & dont la proue eſt propre à diminuer conſidérablement l'intenſité du choc direct.

Réſiſtance directe quand le corps eſt immobile.

482. La réſiſtance totale d'une ſurface ou d'un priſme, retenus immobiles contre un fluide cenſé indéfini, mû avec une viteſſe donnée, eſt égale à la ſomme de la preſſion & de la non-preſſion, à laquelle il faut ajouter la force rétrograde, & & le frottement s'il peut être ſenſible. Ainſi, en nommant S la ſurface choquée, D la denſité du fluide, & P le poids qui exprime la réſiſtance relative à la preſſion & non-preſſion, on a $P=SD(mh+qh)=SDh(m+q)$.

Quand la ſurface eſt très-mince, nous avons trouvé (458) qu'on a $m=1,186$; & (466) on a auſſi $q=0,67$; ainſi $m+q=1,253$.

Pour le cube, nous avons trouvé de même $m=1{,}186$, & $q=0{,}271$; donc $m+q=1{,}457$.

Pour le prisme dont la longueur est triple de la racine quarrée de la surface choquée, on a $m=1{,}186$, & $q=0{,}153$; donc $m+q=1{,}339$.

Si, à ces données, on ajoute les autres des expériences 212e & 220e, dans lesquelles $S=1^{\text{pl.}}$, $h=21{,}5=0{,}149^{\text{lig}}$, $D=70^{\text{pl.}}$; on trouve pour les trois valeurs de P, $19{,}34^{\text{liv.}}$; $15{,}29^{\text{liv.}}$; & $13{,}96^{\text{liv.}}$.

483. Mais ces corps étoient plongés dans l'eau courante d'un canal, dont la pente, calculée d'après ses dimensions (448) & la vitesse du courant, étoit égale à $\frac{1}{1883}$; ainsi, le cube & le prisme avoient des forces rétrogrades égales à $0{,}037^{\text{liv.}}$ & $0{,}1115^{\text{liv.}}$. Ajoutant ces quantités á celles ci-dessus, & comptant le frottement pour nul, on trouve les trois résistances totales égales : savoir, celle de la surface trés-mince, à $19{,}34^{\text{liv.}}$; celle du cube à $15{,}307^{\text{liv.}}$, & du prisme à $14{,}0715^{\text{liv.}}$.

484. Pour vérifier, d'une maniére directe, si les résistances totales effectives sont en effet les mêmes que celles qu'on vient de déterminer par les pressions & non-pressions, nous avons pesé, au moyen d'une balance hydrostatique, les efforts de l'eau contre une surface d'un pied quarré sans épaisseur, contre un cube de 12 pouces de côté, & contre deux prismes d'un

pied quarré de baſe, ſur 3 pieds & 6 pieds de longueur. La balance étoit un T, dont la tige verticale avoit 6 pieds de longueur, & les bras 3 pieds chacun; elle tournoit ſur deux tourillons engagés dans des crapaudines de cuivre taillées en grain d'orge; & nous prîmes toutes les précautions néceſſaires pour que les poids qu'on mettoit dans un baſſin ſuſpendu au bout d'un des bras, répondiſſent exactement au double de l'effort que l'eau faiſoit dans tous les cas, pour écarter la tige de la ſituation verticale. Nous avions ſoin auſſi que cette tige fût bien verticale, quand les corps y étoient ſuſpendus & plongés dans l'eau dormante, avant de donner le courant, & que les ſurfaces antérieures fuſſent choquées bien perpendiculairement à leur plan, lorſque le courant étoit établi. Voici le réſultat de ces expériences, dans leſquelles la viteſſe de l'eau étoit meſurée avec le même moulinet qui avoit précédemment ſervi au même uſage.

DEUX CENT CINQUANTE-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

On a expoſé au courant de l'eau un plan d'un pied quarré de ſurface, fait en tôle, dont le milieu étoit plongé de 15 pouces ſous la ſurface de l'eau :

La réſiſtance totale, doublée par le bras de levier de la balance, & répondant à une viteſſe de 36 pouces par ſeconde, a été trouvée de . . . . . liv. 38,91

DEUX CENT CINQUANTE-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant l'une des faces d'un pied cube, plongé à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vitesse, a été trouvée de . . . . . liv. 30,45

DEUX CENT SOIXANTIÈME EXPERIENCE.

On a exposé au même courant la face antérieure d'un prisme de 3 pieds de longueur, & d'un pied quarré de base, à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vitesse, a été trouvée de . . . . . liv. 27,75

DEUX CENT SOIXANTE-UNIÈME EXPÉRIENCE.

Enfin, on a exposé au même courant la face antérieure d'un prisme de 6 pieds de longueur, & 1 pied quarré de base, plongé à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vitesse, a été trouvée de . . . . . liv. 28,54

485. Les trois premières expériences donnent les véritables résistances égales à liv. 19,45 : liv. 15,22, & liv. 13,87, qui s'accordent singulièrement avec les résultats précédens. La dernière demande un examen particulier : le rapport q, calculé (468) pour cette longueur, devient 0,117 ; ainsi, $m+q=1{,}303$, & $P=13{,}59$ liv : mais la force rétro-

grade pour ce corps eſt 0,223 liv. Ajoutant enſemble ces deux poids, on a 13,81 liv., au lieu de 14,27 liv. que donne l'expérience 26e. Il reſteroit donc 0,46 liv. pour l'effet du frottement ; ce qui ne doit pas paroître ſurprenant.

Réſiſtance directe quand le corps ſe meut.

486. En ſe ſervant des différentes valeurs de m & q, que nous avons déterminés ci-devant d'après l'expérience (§. 475 & 479), on peut connoître l'intenſité de la réſiſtance totale, quand c'eſt le corps qui ſe meut : nous avons trouvé qu'alors on a $m=1$, & la valeur de q pour la ſurface mince, eſt égale à 0,433. Si on eſtime les deux autres valeurs de q, pour le cube & le priſme de 3 pieds, par loi relative aux longueurs des corps (468), on trouvera, pour le cube, $q=0,172$; & pour le priſme, $q=0,102$. Tellement qu'en nommant P' la réſiſtance qui provient de la preſſion & non-preſſion du corps mu, les trois valeurs de P' ſeront 1,433 ; 1,172 ; & 1,102, qui répondent à des poids de 14,94 liv. ; 12,22 liv. ; & 11,49 liv.

487. Cette comparaiſon fait voir que, dans le cas où l'on ne fait mouvoir que des ſurfaces directes, la réſiſtance qu'elles éprouvent de la part du fluide eſt à celle qu'elles éprouveroient étant immobiles, & le fluide mu :: 10 : 13, à peu de choſe près. Mais ce rapport n'eſt pas conſtant,

& il diminue à meſure qu'on conſidère des corps plus longs.

Cela doit faire juger que les Auteurs qui ont fait des expériences ſur la réſiſtance directe de l'eau, ont pu chacun trouver des réſultats très-différens, ſuivant la figure du corps choqué, & ſelon que c'étoit le corps ou le fluide qui étoient en mouvement. Nous venons de voir ſix réſiſtances différentes pour la même ſurface choquée avec la même viteſſe ; & nous trouvons des variations depuis un peu plus d'une fois la hauteur dûe à la viteſſe, juſqu'au double à peu de choſe près. Ce ſont-là auſſi les limites de l'incertitude qui avoit exiſté juſqu'à préſent à cet égard.

488. Nous n'avons parlé juſqu'ici que des priſmes entièrement plongés. La réſiſtance des corps flottans offre encore d'autres combinaiſons. Nous avons vu (444) que quand ils ſont immobiles, la hauteur dûe à la preſſion antérieure eſt à-peu-près égale à celle qui eſt dûe à la viteſſe du fluide, même en tenant compte de l'augmentation que le remou occaſionne à la ſurface choquée. Ainſi, lorſque le corps flottant ſe meut, il eſt très-probable que la hauteur de preſſion devient encore moindre : c'eſt le cas des expériences faites à l'Ecole Militaire. Les corps qu'on expoſoit au choc, étoient des priſmes flottans, mus uniformément, avec des viteſſes de 2 à 4 pieds, ſur de l'eau ſtagnante : la plupart avoient depuis 1 juſqu'à 2 pieds de baſe, ſur 6

de longueur, y compris une poupe solide, aiguë, de 2 pieds de longueur. Il suit de cette disposition, que la non-pression y devoit être peu sensible (quoiqu'elle soit plus forte pour les corps flottans), parce que le corps étoit long, & que d'ailleurs on a constamment observé que l'addition d'une poupe solide diminuoit un peu la résistance totale. Aussi trouve-t-on dans plusieurs de ces expériences, que la hauteur dûe à la résistance totale, égale à-peu-près celle qui est dûe à la viteſſe, & qu'elle est même quelquefois un peu moindre.

489. En faisant mouvoir un de ces corps par sa face latérale, sa résistance s'est trouvée bien différente. Il présentoit alors au choc un rectangle de 4 pieds de largeur, enfoncé de 12 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$ dans le fluide. La longueur de ses côtés étoit de 19 pouces 8 lignes; il n'avoit point de poupe, & les bases antérieures & postérieures étoient égales & parallèles. Ce corps ayant parcouru assez uniformément 20 pieds en $9''{,}725$, on a trouvé sa résistance de $464{,}69^{onc.}$, ou $29{,}43^{liv.}$. D'après ces données, la viteſſe étoit de $24{,}67^{po.}$; sa hauteur dûe, de $0{,}84^{po.}=0{,}07^{pi.}$; la surface plongée, de $497{,}96^{po}=4{,}15^{pi.}$. En mettant ces valeurs dans l'équation $P'=SD\hbar(m+q)$, on a la hauteur de la colonne d'eau dont le poids exprime la résistance, ou $(m+q)h=0{,}1^{pi.}=1{,}2^{po.}$:

& cette quantité, divisée par la hauteur h dûe à la vitesse, donne le rapport de ces deux hauteurs, ou $m+q=1,44$. *

Si on examine cette expérience d'après nos nouvelles vues, on verra que loin d'y répugner, elle les confirme. En effet, la hauteur de la flottaison n'étant qu'environ le quart de la largeur de la surface, on doit estimer pour le moins $m=1$. Quant à la non-pression, le corps étoit un peu plus court qu'un cube, à proportion de la racine quarrée de la surface. Mais le fluide ne pouvant pas s'échapper par la partie supérieure, les filets latéraux se mouvoient avec une grande vitesse; ce qui devoit augmenter considérablement la non-pression, qui étoit déja assez grande par le peu de pression morte qui avoit lieu par derrière. Il n'est donc pas étonnant qu'on ait dans ce cas $q=0,44$, comme on l'a, à-peu-près pour un corps très-mince, & entièrement plongé.

490. M. le chevalier de Borda rend compte d'une expérience semblable, qui se rapporte aux précédentes. Une caisse quarrée flottoit sur l'eau,

* Dans l'ouvrage cité ci-dessus, & dont nous tirons ces données, on trouve, page 172, le même calcul : $h'y$ exprime la hauteur dûe à la vitesse, & h celle du solide qui mesure la résistance, & que nous désignons ici par $(m+q)h$. On y voit que cette dernière quantité est égale à $1,44$; c'est sans doute une faute d'impression, ou une erreur échappée dans le calcul : car elle n'est réellement que de $1,2$; & le nombre abstrait $1,44$ indique le rapport de cette hauteur à celle qui est dûe à la vitesse, ou la valeur de $(m+q)$.

de manière que sa partie plongée formoit 1 pied cube exact : ce corps étant mu sur une de ses faces, dans un bassin rempli d'eau de mer, avec une viteſſe d'environ 1 pied par seconde, il a trouvé la réſiſtance de 1 livre $\frac{1}{3}$. On a donc $(m+q)h=\frac{1\frac{1}{3}}{1\times 72}=0^{p},01852=\frac{2}{9}$ de pouce, & $m+q=1,117$; ce qui indique une réſiſtance peu différente de celle qui a lieu pour les corps entièrement plongés. Ce réſultat n'eſt pas étonnant, parce que, quand les viteſſes ſont petites, l'effet du remou ſur la preſſion & la non-preſſion n'eſt preſque pas ſenſible. On voit encore, par trois autres expériences faites avec ce corps, à des viteſſes de 16,12 & 8 pouces, que les réſiſtances ſont aſſez exactement comme le quarré des viteſſes, & ſi elles en diffèrent, c'eſt en indiquant qu'elles diminuent un peu moins que dans ce rapport. Or cet effet eſt contraire à ce qui arrive aux corps flottans avec des viteſſes plus grandes; ce qui prouve encore mieux, que l'effet des remous étoit inſenſible, que les réſiſtances étoient relatives à celles des corps plongés, & qu'il eſt poſſible que, pour de petites viteſſes, leur diminution influe plus ſur les preſſions que ſur les non-preſſions.

491. Toutes ces foibles variétés, au reſte, ne ſont bonnes à remarquer que parce qu'elles confirment ce que nous venons d'expoſer ſur la réſiſtance des fluides. On peut néanmoins aſſurer qu'il

qu'il s'établit une telle compensation entre les valeurs de m & de q, que leur somme est sensiblement constante pour les petites vitesses dans les corps flottans, & pour les vitesses jusqu'à 3 pieds dans les corps plongés. Ainsi les résistances, entre ces limites, sont très-sensiblement proportionnelles aux quarrés des vitesses. Nous croyons même que dans la pratique, on peut calculer la résistance des vaisseaux & des grands bateaux chargés comme celle des corps entièrement plongés, parce que les variations occasionnées par leurs remous ne peuvent pas être considérables, à cause de leur tirant d'eau, & du rapport qu'il y a entre leur section & leur longueur.

Quoique ces corps soient terminés par des surfaces courbes, leurs résistances n'en sont pas moins proportionnelles aux quarrés des vitesses, comme on peut s'en convaincre par les expériences répandues dans les divers ouvrages que nous avons déja cités ; mais, pour que cette loi soit observée, il faut qu'outre la similitude des surfaces qui terminent les corps, il y en ait aussi une entre la totalité de leur figure. Ainsi, un très-grand & un très-petit vaisseau, construits sur le même modèle, & d'une même proportion dans toutes leurs dimensions, essuieront réellement des résistances proportionnelles au produit du quarré de la vitesse par leur plus grande section, ou, si l'on veut, au produit du quarré de la vitesse, par celui d'une dimension homologue

quelconque. Mais la réſiſtance abſolue de l'un & de l'autre reſtera indéterminée, à cauſe de l'inſuffiſance de la théorie ordinaire; à moins que, par une expérience immédiate, on n'ait déterminé la réſiſtance d'un de ces corps ſemblables.

On pourroit aſſujettir certains corps particuliers à des expériences ſemblables à celles que nous avons faites ſur les ſurfaces planes, pour connoître l'intenſité de la preſſion & de la non-preſſion, ſuivant l'obliquité des ſurfaces. D'après ces données, les géomètres parviendroient peut-être à trouver une loi générale, applicable à tous les cas. En attendant qu'on s'occupe d'un travail auſſi utile, nous allons indiquer la manière de juger à-peu-près de la réſiſtance de quantité de corps, par la meſure des proues & des poupes fluides, qui ſont, pour ainſi dire, adhérentes à tout corps choqué.

CHAPITRE VII.

Meſure de la portion de fluide qui accompagne un corps en mouvement, dans un fluide indéfini.

492. Nous avons vu ci-devant que, quand un corps réſiſte à l'action d'un courant, le fluide ſe dévie à une certaine diſtance en avant de lui, & qu'il ſe forme une eſpèce de proue fluide,

dans laquelle les filets, sans perdre toute leur viteſſe, en ont cependant moins que le reſte du fluide, dans le ſens du mouvement général : tellement que, ſi on prenoit la ſomme de mouvement, dans la direction du courant, de toutes les molécules qui en ont perdu une partie, & qu'on la diviſât par la viteſſe générale du fluide, on auroit pour quotient une maſſe qui eſt cenſée ſtagnante devant le corps, & qui perd tout ſon mouvement de tranſlation par l'effet de la réſiſtance. Il en eſt de même de la poupe fluide, qui ſe forme derrière le corps. Les filets qui la compoſent, ayant auſſi moins de viteſſe que le reſte du fluide, peuvent ſe réduire à une maſſe immobile. On peut raiſonner de même pour le corps qui ſe meut dans un fluide en repos : car, quoique les molécules qui compoſent la proue & la poupe fluide, aient preſque toutes moins de viteſſe que le corps, on peut néanmoins ſuppoſer que, par l'effet du choc, un mouvement égal à celui du corps eſt communiqué à une moindre maſſe, qui ſeroit comme adhérente au corps, une partie en avant, & l'autre en arrière.

Cette maſſe paroît toujours augmenter lorſque, les viteſſes reſtant égales, la réſiſtance diminue. On voit en effet que les filets, qui entourent le corps choqué, ſe rejoignent plus loin derrière lui à meſure qu'il s'alonge ; & cet effet produit à-la-fois une diminution de non-preſſion, & une augmentation de poupe fluide. Quant à la proue, il

ſemble qu'elle eſt plus conſtante, puiſque la preſſion antérieure reſte la même à toute longueur du corps, ce qui indique que la déviation des filets ſe fait antérieurement de la même manière, à quelque légère différence près, occaſionnée par la viſcoſité quand les viteſſes ſont fort petites.

Cette relation eſt encore plus ſenſible, ſi on ajoute au devant d'un priſme une proue ſolide, angulaire ou courbe; la réſiſtance en eſt conſidérablement diminuée, tandis que, la déviation ſe faiſant plus obliquement, le volume compris entre les filets déviés, & la première ſurface plane, eſt fort augmentée. La proue fluide effective pourra bien être moindre qu'elle n'étoit devant la ſurface plane; mais, en y ajoutant la proue ſolide, on aura certainement un volume plus grand. Il en eſt de même de la poupe fluide, qui devient, par l'addition d'une poupe ſolide, d'autant plus grande que la non-preſſion eſt moindre.

493. Si les hauteurs de non-preſſion ſont égales, à même viteſſe, pour des priſmes ſemblables, c'eſt-à-dire, dont les longueurs ſont proportionnelles aux racines quarrées des baſes, cet effet indique une ſemblable déviation poſtérieure, & par conſéquent des poupes fluides proportionnelles aux volumes des corps. Les hauteurs de preſſion ſont auſſi égales dans ce cas; ainſi les proues fluides ſont encore dans le même rapport; & on en peut dire autant de la ſomme des poupes & des proues, ou de la totalité du

fluide entraîné. Cette quantité eſt conſtante pour un même corps mu avec des viteſſes différentes, puiſque le rapport ſenſible des preſſions & non-preſſions avec le quarré des viteſſes, annonce encore la même déviation des filets, & l'égalité dans le fluide entraîné.

Toutes ces propriétés ſeroient ſans doute d'un grand ſecours pour trouver la réſiſtance des fluides, ſi on pouvoit démêler, pour chaque eſpèce de corps, les valeurs ſéparées de la poupe & de la proue. Cette connoiſſance pourroit faire juger de l'intenſité des preſſions & des non-preſſions; on parviendroit peut-être à trouver une relation exacte entre ces deux effets, & à déterminer enfin la réſiſtance de différens corps, ayant même baſe, ou du moins leurs plus grandes ſections égales.

494. Tel eſt le but où tend le long cours d'expériences dont on va rendre compte. Nous ſommes parvenus à connoître la ſomme des pouppes & des proues de différens corps, ſans pouvoir cependant aſſigner les valeurs de chacune d'elles. Quoique nous n'ayons en cela rempli qu'une partie de notre objet, ce travail pourra néanmoins paroître intéreſſant par la meſure de ce fluide entraîné, dont l'exiſtence ſe lie très-bien avec ce que nous avons déja expoſé ſur la réſiſtance des fluides.

Il n'eſt point de moyen plus propre, pour déterminer la quantité de fluide qu'entraîne avec

lui un corps plongé, que de faire oſciller le corps dans le fluide. Les Auteurs qui nous ont précedé, ne nous ont rien laiſſé à cet égard. On connoît les expériences de Newton ſur les oſcillations des globes dans différens fluides : mais comme il n'avoit pour objet que de déterminer directement la réſiſtance, il ne s'attacha qu'aux pertes des amplitudes, ſans obſerver la durée des oſcillations. On trouve dans les Mémoires de l'Académie royale des Sciences, des recherches très-curieuſes & très-intéreſſantes de MM. de Mairan, de la Condamine, Bouguer, Godin, & autres, pour déterminer la longueur du pendule ſimple qui bat les ſecondes à Paris, & à différentes latitudes. Ces Académiciens, n'ayant employé que des mobiles très-denſes, ont pu ſuppoſer que les oſcillations ſe faiſoient dans l'air comme dans le vide. M. Bouguer eſt le ſeul qui ait tenu compte de la perte de gravité du pendule dans l'air, & il n'en parle même que comme d'une ſimple obſervation que perſonne n'avoit faite avant lui. Il eſt étonnant qu'elle n'ait pas donné l'idée d'examiner le mouvement des pendules dans les milieux réſiſtans : car perſonne, au moins que nous ſachions, ne s'en eſt occupé. Nous y avons été amenés par ſa relation avec la réſiſtance des fluides ; & notre travail à cet égard étoit même terminé quand nous avons eu connoiſſance de l'obſervation de M. Bouguer. Quoi qu'il en ſoit, indépendamment de l'application

qu'on peut faire de ces recherches, elles nous ont paru intéreſſantes ; & elles rempliſſent un petit vide qu'on avoit négligé dans les ſciences phyſico-mathématiques.

495. On trouve les propriétés des pendules, dans le vide, démontrées dans tous les Traités élémentaires de Méchanique. Des maſſes différentes, attachées dans un même lieu à des longueurs égales de pendules, oſcillent en temps égaux. Les oſcillations, dans de petits arcs de cercle, ſont très-ſenſiblement iſochrônes ; & leurs durées ſont en raiſon des racines quarrées des longueurs. Mais ſi deux pendules ſont animés de gravités différentes, il faut, pour qu'ils puiſſent oſciller dans le même temps, que les longueurs ſoient proportionnelles aux gravités. On ne peut mieux juger des différentes gravités qu'un même corps peut avoir en divers lieux, que par le poids qu'il y conſerve : ainſi un corps, placé à une diſtance du globe de la terre, telle que ſa gravité y ſoit diminuée d'un tiers, ne pèſera que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'il peſoit à ſa ſurface. Mais ſi ce corps, reſtant à terre, eſt d'une denſité telle qu'en le plongeant dans l'eau, il y perde de même $\frac{1}{3}$ du poids qu'il avoit dans le vide, il y ſera dans le même cas que ſi on l'eût éloigné de la ſurface de la terre ; & ſa gravité ſera de même réduite aux $\frac{2}{3}$, puiſqu'avec la même maſſe il pèſe moins. Il réſulteroit de-là qu'il devroit ſuffire de diminuer d'un tiers la longueur du pendule dans le

vide, pour rendre ſes oſcillations dans l'eau ſynchrônes à celles qu'il feroit dans le vide. Ainſi, nommant a la longueur du pendule dans le vide pour oſciller en un tems quelconque; l la longueur du pendule dans le fluide, pour oſciller dans le même temps; p le poids du mobile dans le fluide; P le poids du fluide déplacé par le corps; $P+p$ exprimera ſon poids dans le vide, & $\frac{P+p}{p}$ ſera le rapport des gravités dans les deux cas. On aura donc l'équation $\frac{P+p}{p}=\frac{a}{l}$, ou $l=\frac{ap}{P+p}$.

496. On pourroit demander avec raiſon ſi la réſiſtance que le fluide oppoſe au mouvement du corps ne doit pas nuire à l'iſochroniſme des oſcillations, &, en détruiſant une partie de la gravité, obliger à raccourcir encore plus le pendule que ne demande la loi précédente. Pour répondre géométriquement à cette queſtion, il faudroit employer toutes les reſſources de l'analyſe; mais nous allons l'examiner d'une manière plus ſimple par le raiſonnement, & ſur-tout par l'expérience.

Lorſqu'un pendule ſe meut dans le vide, ſa force accélératrice relative diminue poſitivement pendant la deſcente juſqu'au point le plus bas de l'arc qu'il décrit, où elle eſt nulle; & elle augmente enſuite négativement de l'autre côté pendant l'aſcenſion, juſqu'à ce que le mobile parvienne à la même hauteur d'où il eſt deſcendu. Mais ſi l'oſcillation ſe fait dans un fluide,

la réſiſtance détruira ſans ceſſe une partie de la force accélératrice relative, & l'effet de celle-ci ſe trouve anéanti avant que le mobile ſoit parvenu à la verticale : c'eſt alors qu'il a atteint ſa plus grande viteſſe, & qu'il ſe trouve à la moitié de l'oſcillation. Le mobile continue enſuite ſon mouvement, retardé ſans ceſſe par la réſiſtance & par la force accélératrice qui devient négative après le point le plus bas. Il repaſſe donc par les mêmes degrés de viteſſe & de réſiſtance, juſqu'au terme de ſon amplitude totale, qui ſe trouve diminuée d'une quantité à-peu-près double de celle dont a été diminuée la première demi-oſcillation. Cette perte ſur l'amplitude totale indique donc l'effet de la réſiſtance, ſans qu'il ſoit néceſſaire que le temps varie par cette cauſe. En effet, ſi la réſiſtance ralentiſſoit le temps des oſcillations, celui qui eſt employé à parcourir de grands arcs où la viteſſe, & par conſéquent la réſiſtance, ſont plus conſidérables, ſeroit donc beaucoup plus long que celui qui eſt employé à parcourir de petits arcs. C'eſt cependant ce qui n'arrive pas, & l'expérience donne ces temps ſenſiblement égaux. Mais une preuve plus frappante encore ſe déduit des oſcillations de l'eau dans les ſyphons. N'ayant pas égard à la réſiſtance qu'elle y éprouve, il eſt démontré que le temps des oſcillations y eſt égal à celui d'un pendule ſimple, oſcillant dans le vide, à une longueur qui n'eſt que moitié du développement de

la colonne fluide contenue dans le ſyphon. Nos expériences démontrent que cette loi eſt très-exacte, quel que ſoit le diamètre du ſyphon, ou la réſiſtance que l'eau éprouve. Des colonnes d'égale longueur développée, renfermées dans des ſyphons de différens diamètres, oſcillent dans des temps parfaitement égaux, quoique la perte d'amplitude, cauſée par la réſiſtance, ſoit très-différente.

497. On peut donc conclure que, quand un corps oſcille dans un fluide, la réſiſtance qu'il éprouve ne diminue que l'amplitude des oſcillations, & non leur durée; & que, ſi néanmoins elles ſont plus lentes que dans le vide, cet effet n'eſt dû qu'à la perte de gravité abſolue, relative à la différence entre la denſité du fluide, & celle du corps. Il eſt vrai que la denſité du fluide influe immédiatement ſur la réſiſtance: mais cette réſiſtance eſt indépendante de la denſité du mobile; au lieu que la perte de gravité, & le temps des oſcillations en dépendent abſolument. Ce qui prouve encore que la réſiſtance qu'un corps éprouve en oſcillant dans un fluide, & le temps de ſes oſcillations, ſont deux effets qui n'ont entre eux aucun rapport immédiat, & qui ne dépendent nullement de la même cauſe.

498. La formule précédente donneroit exactement la longueur du pendule dans un fluide, ſi le corps, en ſe mouvant, n'entraînoit avec lui une certaine quantité du même fluide qui varie très-peu par la différence des viteſſes; de

sorte que la masse en mouvement ne consiste pas seulement en la masse propre du corps, mais encore en celle du fluide entraîné, ce qui convient très-bien avec ce que nous avons appelé poupe & proue fluide. Soit n un nombre constant, tel que nP exprime dans tous les cas le poids du fluide déplacé & celui du fluide entraîné ; la masse en mouvement, ou son poids dans le vide, n'est plus égale à p+P, mais elle est représentée par p+nP ; tandis que son poids dans l'eau est toujours exprimé par p. Il faut donc, pour l'exactitude de la formule, qu'elle devienne $L=\frac{ap}{nP+p}=\frac{a}{\frac{nP}{p}+1}$: d'où l'on tire $n=\frac{1}{P}\left(\frac{a}{l}-1\right)$.

499. Telle est la quantité dont nous avons déduit la valeur de plusieurs expériences faites sur différens corps oscillans dans l'eau, en commençant par des globes de densité & de diamètres différens. Nous les avons suspendus de telle sorte qu'il étoit facile de varier les longueurs d'une manière propre à rendre les temps égaux à un certain nombre de secondes ; & ces longueurs étoient comptées jusqu'au centre d'oscillation.

Le vaisseau dans lequel oscilloient les globes avoit 51 pouces de longueur, 17 pouces de largeur, & 14 pouces de profondeur d'eau. Les globes y étoient entièrement plongés à environ 3 pouces sous la surface de l'eau ; & le fil auquel ils étoient suspendus étoit aussi délié que leur poids le pouvoit permettre.

Tableau de la longueur de pendule, & des temps que duroient les oscillations de différens globes plongés dans l'eau.

Nos. des expér.	OBSERVATIONS.	Durée des oscillations, exprim. en sec.	LONGUEUR du pendule dans le vide, exprimée en pouces.	LONGUEUR du pendule dans l'eau, suivant l'expérience exprimée en pouces.	VALEURS du nombre n tirées de l'expér.
	Globe de plomb, pesant dans l'eau 2102 grains.				
262.	Poids dans l'air, ... 2304 gra	$\frac{1}{2}''$	po. 9,178	pn. 8,02	1,502
263.	Poids dans l'eau, ... 2102	1	36,714	32,08	1,502
264.	Poids du volume d'eau, . . . 202 gra	2	146,856	128,32	1,522
265.	Diamètre du globe, . . . 1,0113 po *	3	330,427	285,88	1,620
	Globe de verre, pesant dans l'eau 374 grains.				
266.	1 Poids dans l'air, ... 4194 gra. / Poids dans l'eau, ... 574	2	146,856	13,89	1,518
267.	Poids du volume d'eau, . . 3620 gra	4	587,426	53,89	1,569
268.	Diamètre du globe, . . . 2,645 po	6	1321,71	119,24	1,598

* Le pied cube d'eau de pluie pèse 70 livres, ou 1120 onces, ou 645120 grains; ainsi le pouce cube d'eau pèse 373 $\frac{1}{2}$ gra. Un cube est au globe qui lui feroit inscrit, comme 21 est à 11: ainsi le globe d'un pouce de diamètre, pèse 195,556 gra. De-là, il est aisé de conclure le poids d'un volume d'eau égal à une sphère quelconque, ou le diamètre d'une sphère, quand on connoît le poids de son volume d'eau.

Nos. des expér.	OBSERVATIONS.	Durée des oscillations, exprim. en sec.	LONGUEUR du pendule dans le vide, exprimée en pouces	LONGUEUR du pendule dans l'eau, suivant l'expérience exprimée en pouces	VALEURS du nombre d'livres de l'expér
	Même globe, pesant dans l'eau 2102 grains.				
269.		1	36,714	10,17	1,515
270.		2	146,856	40,66	1,510
271.		3	330,427	91,16	1,523
272.		4	587,426	160,33	1,540
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
273.		1	36,714	15,96	1,537
274.		2	146,856	63,5	1,523
275.		3	330,427	142,88	1,524
276.		4	587,426	252,66	1,538
	Même globe, pesant dans l'eau 9216 grains, ou une livre.				
277.		½	9,178	5,88	1,449
278.		1	36,714	23,96	1,372
279.		2	146,856	92,54	1,494
280.		3	330,427	208,20	1,494
	Globe de bois, pesant dans l'eau 2102 grains.				
281.	Ce globe étoit peint à l'huile, . . .	2	146,856	13,99	1,507
282.	Il a ici même densité que celui des exp.	3	330,427	30,58	1,547
283.	5, 6 & 7. Voyez son diamètre ci-dessous.	4	587,426	54,62	1,547
284.		6	1321,71	121,46	1,567
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
285.	Quand ce globe pesoit dans l'air 13271 gra.	1	36,714	6,88	1,375
286.	Il pesoit dans l'eau, ... 21	2	146,856	25,28	1,469
287.	Poids du volume d'eau, . . . 13250 gra.	3	330,427	56,37	1,525
288.	Diamètre du globe. . . . . 4,076 po	4	587,426	99,42	1,557
289.		6	1321,71	224,66	1,549

Nos. des expér	OBSERVATIONS.	Durée des oscillations, exprim. en sec.	Longueur du pendule dans le vide, exprimée en pouces.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérienc exprimée en pouces.	Valeurs du nombre n tirées de l'expér.
	Même globe, pesant dans l'eau 9216 grains, ou une livre.				
290.		1″	po. 36,714	po 11,268	1,57
291.		2	146,856	45,416	1,553
292.		3	330,427	100,50	1,59
293.		4	587,426	179,25	1,583
	Autre globe de bois, pesant dans l'eau 2102 grains.				
294.	Diamètre du globe, ... 6 po. 7/8	3	330,427	9,178	1,27
295.	Poids de son volume d'eau, . 57954 gra.	4	587,426	14,894	1,394
296.	Il étoit peint à l'huile, ...	6	1321,71	31,47	1,487
297.		9	2973,842	67,29	1,566
298.		12	5286,84	119,416	1,569
299.		18	11892,369	269,333	1,565
	Même globe, pesant dans l'eau 3204 grains.				
300.		10,85	4321,97	141,416	1,634
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
301.		3	330,427	13,9	1,651
302.		4	587,426	25,07	1,627
303.		6	1321,71	55,5	1,654
304.		9	2973,842	125,42	1,664
305.		12	5286,84	219,46	1,674

500. La valeur de la quantité *n* indique évidemment la mesure du fluide entraîné : car elle seroit égale à l'unité, si le corps se mouvoit seul.

Cette quantité eſt à-peu-près égale pour tous les globes, quels que ſoient leur diamètre, leur poid & les longueurs de pendule : ce qui confirme parfaitement ce que nous avons avancé, que les poupes & les proues d'un même corps mu avec différentes viteſſes, ſont à-peu-près conſtantes, & qu'elles ſont auſſi proportionnelles aux volumes; quand les corps ſont ſemblables.

501. On ne peut pas néanmoins s'empêcher d'obſerver que les valeurs de n diminuent un peu à meſure que les longueurs de pendule deviennent plus petites, c'eſt-à-dire, à meſure que le corps ſe meut dans des arcs dont le rayon eſt plus court, & qu'elles augmentent au contraire à meſure que les longueurs de pendule augmentent, ou que le corps ſe meut dans des arcs qui ſe rapprochent de la ligne droite : d'où l'on peut conclure en général, que dans le premier cas, il y a moins de fluide entraîné que dans le ſecond, & que par conſéquent la réſiſtance y eſt plus grande. Il paroît donc que, ſi on cherchoit à déterminer la réſiſtance abſolue d'un corps par le moyen des oſcillations, ou par un mouvement circulaire, on devroit s'attendre à trouver la réſiſtance un peu plus grande que celle qui ſeroit produite dans un mouvement rectiligne. En effet, ſi l'on imagine en avant d'un corps ou d'une ſurface mue circulairement, une proue & une poupe fluide qui s'étendent en avant & en arrière juſqu'à une certaine diſ-

tance du corps, les ſommets de l'une & de l'autre ſeront émouſſés par la nature de ce mouvement; & ils le ſeront d'autant plus, que le corps ou la ſurface circuleront dans un plus petit cercle.

Mais ce n'eſt pas tout : nos expériences font voir auſſi qu'à même longueur de pendule, plus le corps oſcillant eſt gros, plus la quantité n éprouve de diminution, comme on le voit en comparant deux à deux les expériences 266 & 281, 267 & 283, 268 & 284, &c., dans leſquelles les temps & les longueurs de pendule étoient ſenſiblement égaux, ainſi que les denſités des globes. Cet effet dépend de la même cauſe, c'eſt-à-dire, du mouvement circulaire : car les longueurs des proues & des poupes fluides, étant proportionnelles aux diamètres des globes, elles ſont plus étendues pour les gros globes que pour les petits ; &, par une ſuite néceſſaire, elles doivent être plus altérées par le mouvement circulaire. Les grandes ſurfaces, ou les gros corps ſemblables, doivent donc éprouver à proportion plus de réſiſtance que les petits, quand ils ſe meuvent dans des arcs appartenant à un même cercle, & la différence doit croître à meſure que les rayons des arcs diminuent. Ces remarques ſont importantes, & nous aurons occaſion d'en faire l'application dans peu, après avoir remarqué encore plus ſenſiblement les mêmes réſultats dans nos expériences ſur l'air.

502. On voit cependant auſſi que, quand les temps

temps des oscillations sont fort grands, les quantités n ne laissent pas de croître, quoique les globes soient gros; mais cet effet vient d'une autre cause. La viscosité du fluide fait le même effet qui résulteroit de l'augmentation du fluide entraîné, & nécessite le raccourcissement du pendule en plus grande raison que la perte de gravité.

503. On voit au reste qu'en général un globe, mu dans l'eau, entraîne avec lui, tant en avant que derrière, une portion de fluide dont le volume excède un peu la moitié du sien, & qu'on peut fixer pour une moyenne aux $\frac{501}{1000}$ de son volume, en négligeant la diminution causée dans nos expériences, par la nature du mouvement circulaire, & l'augmentation produite par la viscosité dans les très-petites vitesses.

504. La formule $l=\frac{e}{\frac{nP}{p}+1}$ peut se combiner de diverses manières, en y faisant entrer le temps, la densité du corps & celle du fluide. Nommant t le temps de l'oscillation; K la longueur du pendule qui bat les secondes dans le vide, & qui, dans notre climat, est d'environ $36^{po.},714$; V le volume du corps, D sa densité, & d celle du fluide, on aura les équations suivantes: $t^2=\frac{e}{K}$, $P=vd$, $p=vD-vd$, & $\frac{P}{p}=\frac{vd}{vD-vd}=\frac{d}{D-d}$; mettant ces valeurs dans la formule précédente, elle se change en celle-ci : $l=\frac{t^2K}{\frac{nd}{D-d}+1}$, ou

$t' = \frac{t}{K}\left(\frac{nd}{D-d}+1\right)$. On peut tirer plusieurs conséquences de cette formule, par exemple, que des corps qui diffèrent en volume, mais qui sont semblables en figure & de même densité, oscillent en temps égaux dans un fluide avec les mêmes longueurs de pendule. Que si les longueurs de pendule sont différentes, les temps sont sensiblement comme les racines quarrées de ces longueurs, ainsi que cela a lieu dans le vide. Mais pour que cette loi soit observée, il est nécessaire que les corps soient semblables, parce que ce n'est que dans ce cas que la valeur de n est sensiblement constante.

505. Sans vouloir nous arrêter sur toutes les propriétés des pendules, qui n'ont pas un rapport direct avec notre objet, nous placerons ici en peu de mots la loi des oscillations des pendules suspendus par deux fils, dont les directions se réunissent au centre d'oscillation, de manière que le mobile soit toujours au point le plus bas possible. Supposons d'abord que les points de suspension soient de niveau, si on tire de l'un à l'autre une ligne horizontale, sa distance au centre d'oscillation sera la longueur du pendule simple qui oscilleroit dans le même temps que le pendule double; & il ne pourra osciller que dans un plan vertical, perpendiculaire à celui qui passeroit par les fils. Si les points de suspension ne sont pas de niveau, la ligne tirée du centre d'oscillation, perpendiculairement à celle

qui les joint, ſera la longueur d'un pendule ſimple, qui oſcilleroit en même temps que le double ſur un plan incliné, faiſant avec l'horizon le même angle que la ligne tirée du centre d'oſcillation. Dans ce cas, il faudroit décompoſer la gravité abſolue en deux parties, l'une perpendiculaire au plan d'oſcillation, & détruite par la réſiſtance des fils, l'autre parallèle à ce plan, & qui ſeule imprimeroit le mouvement au mobile. Ainſi le temps relatif au pendule ſimple, devroit être augmenté dans le rapport de la racine quarrée du ſinus total à celle du ſinus de l'angle d'inclinaiſon du plan d'oſcillation. C'eſt ainſi que, dans le vide même, on peut faire perdre à un pendule une partie de ſa gravité abſolue. Ceci eſt fondé ſur les principes de la méchanique; & nous avons d'ailleurs reconnu que l'expérience s'accorde avec la plus grande préciſion avec la théorie.

506. La découverte de la meſure du fluide, entraîné par les globes qui ſe meuvent, nous a déterminés à fixer par le même moyen celle de quelques autres corps, ſans nous aſſujettir néanmoins, comme dans les expériences précédentes, à faire faire des oſcillations d'un nombre exact de ſecondes. Juſques-là nous n'avions fait oſciller que des globes qui, par la régularité de leur figure, étoient propres à ſe mouvoir dans un même plan vertical, ſans s'écarter de la première direction que leur imprimoit la gravité:

mais ayant ici à mouvoir des surfaces & des corps sujets à s'égarer, il a été nécessaire de les diriger & de les contenir pour les forcer à conserver la même situation & la même direction dans toute l'étendue de leurs oscillations.

Le vaisseau dans lequel ont été faites les expériences suivantes, avoit 4 pieds de longueur sur 1 pied 10 pouces de largeur réduite, & la profondeur de l'eau y étoit d'environ 12 pouces. On tendit d'un bout à l'autre du vaisseau deux fils de laiton très-déliés, parallèlement l'un à l'autre, & distans d'environ 1 ligne. Chaque corps destiné à osciller étoit traversé par un axe de fil de fer d'environ 8 pouces de longueur, qui étoit courbé par chaque extrémité en forme de crochet. On engageoit dans ces crochets le nœud lâche de deux fils qui, après avoir passé entre les fils de laiton, se réunissoient à un seul fil qui soutenoit le corps plongé dans l'eau, & le mettoit en état d'osciller, sans pouvoir s'écarter de la direction des fils de laiton. Il est vrai qu'il arrivoit souvent, quand le corps oscilloit, que les fils de suspension frottoient contre les fils de direction; ce qui donnoit lieu à une petite résistance: mais cette résistance n'influoit pas sur la durée de l'oscillation, comme l'expérience l'a confirmé, & cela n'est pas surprenant, puisque la résistance directe que le fluide oppose au mouvement du corps, n'a point d'autre effet que de diminuer un peu l'ampltude de l'arc parcouru par le pendule,

ſans diminuer ni altérer la durée de l'oſcillation.

Comme preſque tous les corps, qui ont oſcillé, étoient de fer blanc, on variοit à volonté leur denſité, en y faiſant entrer du plomb de chaſſe, par une ouverture faite à la paroi ſupérieure. Nous ne pouvions alors qu'eſtimer la hauteur où ſe trouvoit le centre d'oſcillarion; mais toutes les longueurs de pendule étoient aſſez grandes pour que l'erreur que nous pouvions commetre dans cette eſtimation fût très-petite.

Enfin, pour vérifier ſi les oſcillations de ces corps étoient iſochrônes, & ſi nous obtiendrions les mêmes valeurs du fluide entraîné à des longueurs de pendules différentes, nous avons fait oſciller chaque corps à deux longueurs de pendule, dont l'une étoit à-peu-près double de l'autre. La meſure du fluide entraîné a été déduite de l'une & de l'autre manière. Leurs valeurs ſont ſenſiblement égales; mais celle que donne la plus grande longueur eſt généralement un peu plus grande que l'autre, par la raiſon que nous avons dite ci-devant (501). Quand le corps ſe réduiſoit à un plan de peu d'épaiſſeur, ces meſures, ou la valeur de n, différoient aſſez conſidérablement; & la plus grande répondoit au contraire à la plus petite longueur de pendule.

507. On a marqué dans le tableau ſuivant, 1°. la durée des oſcillations; 2°. la longueur du pendule qui répondroit à cette durée dans le vide, & même ſenſiblement dans l'air; 3°. la

longueur du pendule dans l'eau, ſuivant l'expérience; 4°. la valeur entière du fluide cenſé mu; 5°. la valeur de n, c'eſt-à-dire, du nombre abſtrait, par lequel il faut multiplier le volume du corps, pour avoir celle du fluide cenſé mu; 6°. la meſure du fluide entraîné par le corps, & qui l'accompagne dans ſon mouvement. Tous les poids ou volumes ſont exprimés en grains; on pourroit les réduire au pouce cube, en les diviſant par $373\frac{gra.}{5}$.

Tableau d'expériences pour trouver la meſure du fluide entraîné par le mouvemene d'une ſurface plane, ou de différens corps réguliers.

Nos. des expér.	DURÉES des oſcillations en ſecond	LONGUEUR du pendule dans le vide, qui répond à cette durée	LONGUEUR du pendule dans l'eau, ſuivant l'expérience, exprimée en pouces	VALEURS de nP, ſuivant l'expé exprimées en grains	VALEURS de n, tirées de l'expérience.	MESURE du fluide entraîné, exprim. en grains
	OSCILLATIONS PAR DES PLANS DIRECTS.					
	SURFACES DE PEU D'EPAISSEUR.					
306.	On a fait oſciller un cercle de plomb de $2,677\frac{po.}{lg.}$ de diamètre ſur 1,10 d'épaiſſeur: poids dans l'eau ou $p=1958$ grains; poids dans l'air, ou $P+p=2152$ grains.					
	Poids du volume d'eau, ou P=194 *grains.*					
	n	po	po.	gra		gra.
	3,2	375,95	141,04	3260	16,80	3066
	2,5	229,46	72,08	4274	22,03	4080

Digitized by Google

Nos. des expér.	Durée des oscillations exprimées en second.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces.	Valeur de nP, suivant l'expérienc. exprimées en grains.	Valeur de n, tirée de l'expérience.	Mesure du fluide ental é, exprim en grains
307.		po.				lig.
	Une lame de plomb de 2,37 en quarré sur 1,03 d'épaisseur : $p=1902$ grains, $P+p=2083$ grains, $P=181$ gra.					
	"	po.	po.	gra		gra
	3,25	387,79	141,04	5326	18,38	3145
	2,5625	241,08	72,08	4458	24,63	4279
308.	Une lame rectangulaire de plomb, de 4,75 de longueur, 1,208 de largeur, & 1,10 d'épaisseur : $p=1996$ gra. $P+p=2192$ gra. $P=196$ gra.					
	3,28	394.675	141,04	3592	18,33	3396
	2,30	194,217	72,08	3381	17,25	3185

Cylindres oscillans dans le plan de leur axe.

309.	Un cylindre de 2,677 de diamètre, & d'environ 7 lig de longueur: $p=2088$ grains, $P+p=3305$ gra. $P=1217$ gra.					
	3,6	475,813	141,46	4937	4,05	3720
	2,15	169,71	51,33	4815	3,96	3598
310.	Un cylindre de 2,677 de diamètre, & d'environ 1 pouce 9 lignes de longueur : $p=4542$ grains, $P+p=8286$ gra. $P=3744$ gra.					
	3,25	387,791	141,04	7939	2,12	4195
	2,325	198,439	73,20	7766	2,07	402 2

Nos. des expér.	Durée des oscillations exprimées en second	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces	Valeurs de nP, suivant l'expérience exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expérience.	Masses du fluide entraîné, exprim. en grains
	"	po.	po.	gra.		gra.
311.	3,8125	533,638	140,62	12246	1,61	4668
	2,75	277,65	73,41	12193	1,609	4615
			po.			
312.	5,625	1161,63	163,12	23492	1,39	6593
	3,666	493,583	70,88	22886	1,36	5987
313.	4,854	864,98	247,88	22238	1,32	5339
	2,611	250,291	71,88	22874	1,35	5976
			po.			
314.	5,0	917,85	142,25	44325	2,79	28474
	3,6	475,813	73,29	44650	2,81	28759

Un cylindre de 2,677 de diamètre, & de 3 pouces 6 lignes de longueur : p=4383 gra. P+p=11961 grains, & P=7578 gra.

Un cylindre de 2,677 de diamètre, & de 8 pouces 0 $\frac{1}{2}$ lig. de longueur : p=3838 gra. P+p=20737 grains, P=16899 gra.

Le même cylindre que le précédent : p=9216 grains, P+p=26115 gra. P=16899 gra.

Un autre cylindre de 5,416 de diamètre, & environ 1 pouce 10 lignes de longueur : p=8130 grains, P+p=23981 gra. P=15851 gra.

Nos. des expér.	Durée des oscillations exprimées en secon.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces.	Valeurs de cP, suivant l'expérience exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expérience.	Masses du fluide entraîné, exprim. en grains.
		po.				
315.	Un cylindre de 5,434 de diamètre, & environ 3 pouc. 6 lig. de longueur : $p=7560$ gra. $P+p=37875$ grains, $P=30315$ gra.					
	"	po.	po.	gra.		gra.
	6,0	1321,71	141,5	63050	2,07	32735
	4,3	678,84	72,5	63224	2,08	32909
		po.				
316.	Un cylindre de 5,426 de diamètre, & environ 7 pouc. 1 lig. de longueur : $p=8106$ gra. $P+p=69157$ grains, $P=61051$ gra.					
	7,1	1850,75	141,5	97912	1,60	36861
	5,1	954,93	72,5	98658	1,61	37607
			Prismes quadrangulaires oscillans dans le plan de leur axe.			
		po.				
317.	Un prisme à base quarrée, de 4,75 de côté, & environ 1 pouce 10 $\frac{1}{2}$ lig. de longueur : $p=8130$ gra $P+p=23923$ gra $P=15793$ gra.					
	4,96	903,164	142,33	43455	2,75	27662
	3,55	462,688	73.33	43162	2,73	27369
		po.				
318.	Un prisme à base quarrée, de 4,77 de côté, & environ 3 pouc. 6 $\frac{3}{4}$ lig. de longueur : $p=7632$ gra. $P+p=37871$ gra. $P=30239$ gra.					
	5,95	1299,675	141,5	62468	2,06	32229
	4,235	658,46	72,5	61758	2,04	31519

Nos. des expér.	Durée des oscillations exprimées en secon.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur de pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces.	Valeur de nP, suivant l'expérience, exprimée en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expérience.	Masse du fluide entraîné, exprim. en grains.
				po.		
319.	Un prisme à base quarrée, de 4,81 de côté, & d'environ 7 pouc. 0 $\frac{1}{4}$ lig. de longueur : p=10944 gra. P+p=71924 gra. P=60980 gra.					
	n	po.	po.	gra.		gra.
	6,325	1468,56	141,5	102632	1,68	41652
	4,5	743,458	72,5	102275	1,67	41295

Prismes triangulaires, oscillans dans le plan de leur axe.

320.	Un prisme dont la base est un triangle équilatéral de 7,16 de côté, & d'environ 1 pouce 10 lignes de longueur : p=12276 gra. P+p=27667 gra. P=15391 gra.					
	4,2	647,635	142,33	43580	2,83	28189
	3,0	330,427	73,33	43039	2,79	27648
321.	Un prisme de même base que le précédent, & de 3 pouc. 6 $\frac{1}{4}$ lig. de longueur : p=13484 grains, P+p=43056 gra. P=29572 gra.					
	4,7	811,0122	142,33	63348	2,14	33776
	3,35	412,0228	73,33	62269	2,10	32697
322.	Un prisme triangulaire de même base, & de 7 pouc. 0 $\frac{1}{2}$ lig. de longueur : p=15228 gra P+p=73680 grains, P=58452 gra.					
	5,45	1090,40	142,0	101692	1,74	43240
	3,875	551,32	73,0	99773	1,70	41321

Nos. des expér.	DURÉES des oscillations exprimées en second	LONGUEUR du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	LONGUEUR du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces.	VALEURS de nP, suivant l'expérience exprimées en grains.	VALEURS de n, tirées de l'expérience.	MESURE du fluide entraîné, exprimée en grains.
			Cube oſcillant directement.			
323.	Un cube de 2,177 de côté : p=9864 gra. P+p=13716 grains, P=3852 gra.					
	″ 1,3137	po. 62,997	po. 36,714	gra. 7062	1,8333	gra. 3210
			OSCILLATIONS PAR DES PLANS OBLIQUES.			
			Cube oſcillant par l'arête de deux faces obliques.			
324.	Un cube de 2,608 de côté : p=11916 gra. P+p=18540 grains, P=6624 gra.					
	1,383	70,215	36,714	10873	1,641	4249
			Cube oſcillant par l'angle ſolide.			
325.	Un cube de 2,177 de côté : p=8197 gra. P+p=12049 grains, P=3852 gra.					
	1,35	66,91	36,714	6742	1,75	2890
			Priſme quadrangulaire, oſcillant par l'arête de deux faces obliques.			
326.	Un priſme de 2,895 de côté, & de 3 pouc. 3 lig. de longueur : p=19590 grains, P+p=29764 gra. P=10174 gra.					
	1,383	70,215	36,714	17876	1,757	7702

Nos. des expés.	Durées des oscillations exprimées en second.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces	Valeurs de nP, suivant cette expérience, exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expérience.	Mesure du fluide entraîné, exprimée en grains.
	"	po.	po.	gra.		gra.
327.	2,4	211,47	142,33	1606	1,32	389
	1,725	109,246	73,33	1619	1,32	402
328.	3,0	330,427	142,33	5706	1,52	1962
	2,15	169,710	73,33	5676	1,51	1932
329.	1,48	80,404	36,714	24044	1,515	8174
330.	3,65	489,12	142,33	12803	1,69	5225
	2,6	248,18	73,33	12530	1,65	4952
331.	1,35	66,91	36,714	4005	1,802	1783

Cylindres oscillans dans le sens de leur diamètre.

327. Le cylindre de l'expérience 309 : $p=3312$ grains, $P+p=4529$ gra. $P=1217$ gra.

328. Le cylindre de l'expérience 310 : $p=4320$ grains, $P+p=8064$ gra. $P=3744$ gra.

329. Un cylindre de 4,08 de diamètre sur 3 pouc. 3 lig. de longueur : $p=20205$ gra. $P+p=36075$ gra. $P=15870$ gra.

330. Le cylindre de l'expérience 311 : $p=5256$ grains, $P+p=12834$ gra. $P=7578$ gra.

Cônes, pyramides & corps mixtes, oscillans dans le plan de leur axe.

331. Un double cône à base commune de 2,677 de diamètre, & de 3 pouces de hauteur totale : $p=4870$ grains, $P+p=7092$, $P=2222$ gra.

Nos. des expér.	Durée des oscillations exprimées en second.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exprimée en pouces	Valeurs de nF, suivant l'expérience, exprimées en grains	Valeurs de n, tirées de l'expérience.	Mesure du fluide entraîné, exprimée en grains.
332.	Un autre double cône à base commune, de 2,677 de diamètre, & de 5,37 de hauteur totale : p=2998 grains, P+p=6876 gra P=3878 gra.					
	″ 1,65	po 99,9538	po. 36,714	gra 5164	1,331	gra 1286
333.	Une double pyramide quadrangulaire à base commune, de 3 pouc. 3 lig. de côté, & 13 pouc. 2 $\frac{1}{2}$ lig. de hauteur totale : p=10872 gra. P+p=28232 gra. P=17360 gra.					
	1,7	106,1134	36,714	20548	1,184	3188
334.	Le cylindre de l'expérience 310, auquel on a ajouté, en proue & en poupe, les cônes de l'expér. 331, ce qui faisoit en tout 4 pouc. 9 $\frac{1}{2}$ lig de longueur : p=5248 gra. P+p=11214 gra. P=5966 gra.					
	1,6	93,9878	36,714	8187	1,372	2221
335.	Le cylindre de l'expérience 310, auquel on a ajouté, en proue & en poupe, les cônes de l'expér. 332 ; ce qui faisoit en tout 7 pouc. 1 lig de longueur : p=4316 grains, P+p=11968 gra. P=7652 gra.					
	1,775	115,649	36,714	9279	1,212	3627
336.	Le cylindre de l'expérience 311, auquel on a ajouté les 2 cônes de l'expérience 331 : p=4636 grains, P+p=14466 gra. P=9830 gra.					
	1,925	136,025	36,714	12517	1,273	2687

508. En comparant enſemble les expériences 306e & ſuivantes juſqu'à la 322e, on voit que des priſmes de même longueur, & de baſes égales, quoique diſſemblables, entraînent ſenſiblement la même quantité de fluide. Quand les priſmes ſont ſemblables, ou que leurs longueurs ſont proportionnelles aux racines quarrées de leurs baſes, la quantité de fluide entraîné eſt proportionnelle à leurs volumes. Ainſi il eſt prouvé qu'alors la déviation des filets eſt la même; que par conſéquent les hauteurs de preſſion & de non-preſſion ſont égales; & que, dans ce cas ſeulement, les réſiſtances ſont proportionnelles aux ſurfaces.

On remarquera ſans doute auſſi la liaiſon intime & ſingulière qui exiſte entre le réſultat de nos expériences, ſur les preſſions ou non-preſſions, & la quantité de fluide que le corps entraîne avec lui. On peut juger, par l'un & par l'autre effet, de la déviation des filets, devant & derrière un corps choqué; & cette déviation a un rapport néceſſaire avec la quantité de fluide entraîné, & avec l'intenſité de la réſiſtance.

509. Pour pouvoir eſtimer la quantité de fluide entraîné par le mouvement des priſmes droits, quelle que ſoit leur figure, nous avons cherché ſuivant quelle loi varioient les valeurs de n, par la longueur relative de ces corps, & nous avons reconnu qu'en général, deux de ces valeurs étoient proportionnelles aux rapports des racines

quarrées des baſes aux longueurs des priſmes, en y ajoutant la quantité conſtante, 1,13 : de manière qu'on a l'équation $n=0{,}705\frac{v^s}{l}+1{,}13$. On peut voir, dans le tableau ſuivant, la comparaiſon des réſultats de cette formule avec ceux qui ont été donnés par l'expérience, en prenant une réduite entre les deux valeurs de n, relatives à chaque priſme.

NUMEROS des expérienc.	RACINE quarrée des baſes, exprimée en lignes.	LONGUEUR des priſme, exprimée en lignes.	VALEURS de n calculées.	VALEURS de n, ſuivant l'expérience.
		Baſe circulaire.		
306.	lig. 28,5	lig. 1,10	19,40	19,42
		Baſe quarrée.		
307.	28,4	1,03	20,56	21,50
		Baſe rectangulaire.		
308.	28,7	1,10	19,53	17,79
		Baſe circulaire.		
309.	28,5	7,0	4,00	4,00
310.	28,5	21,0	2,08	2,09
311.	28,5	42,75	1,60	1,61
312.	28,5	96,5	1,34	1,35
313.				
314.	57,6	22,0	2,97	2,80
315.	57,8	42,0	2,10	2,08
316.	57,7	85,0	1,61	1,61

NUMÉROS des expérienc.	RACINE quarrée des baſes, exprimée en lignes.	LONGUEUR des priſmes, exprimée en lignes.	VALEURS de n calculées.	VALEURS de n, ſuivant l'expérience.
		Baſe quarrée.		
	lig.	lig.		
317.	57,0	22,5	2,91	2,75
318.	57,2	42,75	2,07	2,05
319.	57,7	84,75	1,61	1,67
		Baſe triangulaire.		
320.	56,5	22,0	2,94	2,81
321.	56,5	42,75	2,06	2,12
322.	56,5	84,75	1,60	1,72
		Baſe quarrée.		
323.	26,1	26,1	1,83	1,83

510. Ces réſultats s'accordent ſi bien en général, qu'on peut plutôt compter ſur ceux de la formule que ſur ceux de l'expérience. L'obſervation des temps de la durée des oſcillations eſt difficile à faire exactement, ſur-tout pour les corps très-courts qui eſſuient une grande réſiſtance, & perdent bientôt tout leur mouvement. Cet élément eſt très-délicat, même pour les expériences ſur les corps plus longs; & l'erreur d'un dixième & même d'un centième de ſeconde, change les réſultats d'une manière ſenſible. D'ailleurs, les oſcillations des corps très-courts ne ſont pas abſolument iſochrônes; & c'eſt vraiſemblablement par cette raiſon que, pour ces corps, les

les valeurs de n ſont plus grandes à de moindres longueurs qu'à de grandes; tandis qu'il arrive le contraire pour des globes, ou pour des corps d'une certaine longueur, qui eſſuient moins de réſiſtance.

En multipliant les valeurs de P par celles de $n-1$, on a les poids du fluide entraîné dans chaque cas. Ainſi, dans les expériences 306, 309, 310, 311, & les deux ſuivantes, on trouve ces poids, exprimés en grains, égaux à 3570, 3651, 4081, 4622 & 5914: ce qui montre que le fluide entraîné diminue toujours avec la longueur du priſme, mais de moins en moins; & qu'il eſt à-peu-près conſtant depuis une longueur de corps égale au quart de la racine quarrée de ſa baſe, juſqu'à une longueur nulle. On en peut conclure qu'une ſurface extrêmement mince éprouve ſenſiblement la même réſiſtance que ſi elle avoit une épaiſſeur égale au quart de ſa racine quarrée; parce que les filets ambians, après avoir été divergens à leur paſſage contre la ſurface anténeure, ne deviennent convergens qu'à une certaine diſtance derrière elle, pour ſe réunir au-delà.

511. Pour comparer le volume du fluide entraîné par les priſmes, à une meſure ſolide toujours relative à l'étendue de la baſe, il eſt naturel de les rapporter à un cube qui auroit pour côté la racine quarrée de cette baſe, ou en général au volume exprimé par la puiſſance $\frac{3}{4}$

de la base. Ce volume, relatif à la base du cylindre de $\overset{po.}{2,677}$ de diamètre, pèseroit 4992 grains. Et si on cherche celui du fluide entraîné par une plaque mille fois plus mince que celle de l'expérience 306, on le trouvera de 3529 grains, dont le rapport au poids du cube est exprimé par 0,705. En général, prenant pour unité la base du prisme, & le volume du cube de comparaison étant par conséquent 1, celui du fluide entraîné par la surface infiniment mince, sera 0,705. Si donc, dans la formule $n=\frac{0,705\sqrt{S}}{l}+1,13$, on fait $\sqrt{S}=1$, on aura $n-1=\frac{0,705}{l}+0,13$, qui exprime la quantité par laquelle il faut multiplier le volume du corps, pour avoir celui du fluide entraîné. Mais la base étant 1, le volume du prisme est exprimé par l; d'où il suit que $0,705+0,13\,l$ donne le volume du fluide entraîné, quand le cube de comparaison est exprimé par l'unité. Ainsi, en supposant $l=0$, ou la surface infiniment mince, le fluide entraîné est 0,705; en faisant $l=1$, le fluide entraîné est 0,835; si $l=2$, le fluide entraîné est 0,965; si $l=3$, le fluide entraîne est 1,095, &c. Et quand le prisme est assez long pour négliger la quantité 0,705, le fluide entraîné est exprimé par $0,13\,l$, ou proportionnel à la longueur du prisme.

512. Pour completter l'analogie entre le volume du fluide entraîné & la résistance, il fau-

droit pouvoir connoître, pour les prismes, la valeur constante de la proue fluide, qui, étant retranchée de la somme du fluide entraîné, feroit connoître les poupes relatives aux différentes longueurs. On verroit ces poupes augmenter avec les longueurs, & indiquer une moindre non-pression relative à une moindre déviation. Nos expériences sont en trop petit nombre pour faire cette distinction du fluide en avant & en arrière. On verra cependant, dans le chapitre suivant, qu'on peut se servir avantageusement de la connoissance seule de la somme du fluide entraîné, pour déterminer la résistance de quantité de corps.

CHAPITRE VIII.

Considérations sur les résistances qu'éprouvent des corps terminés par des surfaces obliques, rectilignes ou courbes, pour se mouvoir dans un fluide.

513. ON ne doit pas s'attendre à trouver ici une suite de faits simples & décisifs, qui fixent, d'une manière évidente, l'intensité des résistances obliques, comme nous l'avons fait pour les résistances directes. Ce travail, aussi important qu'il sera long & délicat, pourra être le fruit

du temps & d'une longue suite d'expériences ; nous nous bornerons, pour le présent, à prouver par celles que nous avons faites, quoique en assez petit nombre, que l'obliquité des surfaces ne change rien à la nature de tous les effets que nous avons observés dans les résistances directes, & qu'elle ne fait qu'en varier l'intensité.

514. Si, à des surfaces planes, égales & très-minces, on adapte différens corps ou proues solides, tels que des pyramides, des cônes, des demi-sphères, & qu'on veuille comparer leurs résistances avec celles de leur base, il paroît d'abord qu'on les trouvera plus ou moins diminuées, non pas suivant la loi de la théorie ordinaire, qui suppose le choc immédiat des molécules contre ces surfaces, mais par deux causes principales, qui modifient la résistance. La première est que la viteſſe du fluide, le long de la surface oblique, est plus grande que celle qui a lieu le long de la surface directe, & que cette viteſſe augmente avec l'obliquité ; première cause de la diminution de la pression. La seconde, & peut-être la plus importante, est que l'addition d'une proue solide doit forcer les filets antérieurs à se dévier de plus loin, en conservant ainsi une plus grande partie de leur viteſſe primitive, ce qui diminue la résistance que le corps éprouve. Il semble même que, si on compare des proues curvilignes, telles qu'une sphère, avec des proues rectilignes telles qu'un

cône, en supposant aux unes & aux autres même base & même hauteur, les sections de la première diminuant d'abord beaucoup moins que celles de la seconde, elles doivent donner lieu à une déviation plus éloignée & moins oblique des filets antérieurs, dont l'effet est une moindre pression. D'un autre côté, les différentes vitesses du fluide le long des deux surfaces qui sont relatives à l'inclinaison de leurs élémens, paroissent devoir donner lieu dans la sphère à une moindre pression considérable vers ses bords, qui n'est pas compensée par l'augmentation de pression vers le centre. Il n'est donc pas étonnant que des chocs qui devroient être égaux, suivant la théorie ordinaire, soient reellement moindres pour des surfaces courbes, que pour des surfaces rectilignes.

515. On ne doit pas cependant conclure de-là, que toute proue de même base & de même hauteur, éprouve le moins de résistance quand sa courbure se raccorde perpendiculairement à sa base, comme cela a lieu dans la demi-sphère. Il faut encore combiner cette donnée avec la partie antérieure de la proue, suivant qu'elle est plus ou moins aiguë. C'est ce qu'on voit par des expériences très-curieuses de M. le chevalier de Borda. Il a fait mouvoir dans l'air trois sortes de prismes, dont les sections, parallèles à la direction du mouvement, étoient différentes. Le premier avoit pour section un triangle équilatéral

rectiligne ; le second, un triangle mixtiligne, dont les côtés étoient des arcs de cercle de 60 degrés ; le troisième, une demi-ellipse. Ce dernier donna moins de résistance que le premier, mais un peu plus que le second, quoique sa courbure se raccordât perpendiculairement à sa base ; ce qui venoit de ce que sa partie antérieure étoit directe au courant, tandis que celle du triangle mixtiligne étoit aiguë. Du reste, les sections de l'un & de l'autre diminuoient presque également auprès de la base, & toutes deux bien moins que celles du prisme rectiligne.

516. L'effet d'une poupe solide sur la non-pression postérieure, est semblable à celui d'une proue sur la pression. La poupe s'oppose à la convergence des filets ambians, & doit diminuer la non-pression plus efficacement à proportion, pour les surfaces courbes que pour celles qui sont rectilignes. On ne doit donc pas s'étonner que la théorie ordinaire, qui fait abstraction de la partie postérieure des corps, & qui considère la résistance sur chaque élément d'une surface comme s'il étoit isolé, soit entièrement défectueuse. Il seroit même surprenant que les effets du choc oblique, considérés sous leur vrai point de vue, fussent constamment proportionnels, non-seulement au quarré des sinus d'incidence, mais même à aucune de leurs puissances.

L'addition d'une poupe & d'une proue solides diminue donc la déviation des filets, & aug-

mente les poupes & les proues fluides. Mais, pour bien juger de la déviation des filets, par la quantité de fluide entraîné, il faut comprendre dans ſon volume les poupes & les proues ſolides, quand le corps eſt de la nature de ſolides de révolution, comme ſont les ſphères, les doubles cônes, les doubles pyramides, les ellipſoïdes, les paraboloïdes doubles, qui ſont ou peuvent être regardés comme l'aſſemblage de deux corps égaux réunis par une baſe commune.

517. Mais ſi un priſme quadrangulaire éprouvoit le choc d'un fluide, perpendiculairement à ſon plan diagonal, on ſent bien que les quatre angles ſolides de ce corps ſe trouvent hors de la poupe & de la proue fluide, & ne peuvent pas être compris dans le fluide entraîné.

De même, quand une poupe & une proue ſolides ſont ſéparées, ou qu'elles terminent un corps priſmatique, la totalité du corps n'eſt pas compriſe dans le fluide entraîné, mais ſeulement ces parties ajoutées. Dans ce cas, la poupe fluide augmente avec la longueur du corps ; & cette augmentation n'indique une diminution de réſiſtance, que par la diminution de la non-preſſion ſeulement. Mais, ſi la longueur du corps reſte conſtante, ou mieux encore ſi elle eſt nulle, & que la poupe & la proue fluides s'alongent l'une & l'autre par l'addition d'une poupe & d'une proue ſolides égales, alors la valeur de nP, ou du fluide entraîné, augmente, & indique une

diminution vraiſemblablement proportionnelle dans la preſſion & la non-preſſion ; & il eſt même probable, qu'à égalité de viteſſe, ces deux parties de la réſiſtance totale conſervent entre elles le même rapport qui a lieu pour la ſurface plane & mince.

518. Avant de comparer enſemble les volumes du fluide entraîné par différens corps, il eſt bon de fixer celui qui convient à la ſphère en mouvement. On voit, par le tableau (499), que la quantité n croît un peu à meſure que la longueur du pendule augmente ; ou que, le temps des oſcillations devenant plus grand, la viteſſe diminue. On peut donc attribuer l'augmentation de n à deux cauſes qui conſpirent enſemble. La première eſt, comme nous l'avons déja dit, la nature du mouvement circulaire, qui altère la déviation des filets, & diminue d'autant plus les poupes & les proues fluides que le rayon vecteur eſt plus court. La ſeconde eſt la viſcoſité du fluide qui, dans les petites viteſſes, produit le même effet qu'une augmentation de fluide entraîné. En rejetant donc les valeurs de n, qui ſont données par de trop petites longueurs de pendule, & prenant une moyenne entre les autres, on peut eſtimer que, pour un mouvement rectiligne & une viteſſe moyenne, la valeur de n eſt ſenſiblement égale à 1,585.

519. Nous pouvons à préſent comparer les

valeurs du fluide entraîné par une ſphère, avec celles qu'on tire des expériences 331 & 332, où des cônes de même baſe ſe préſentoient au choc ſous des angles d'incidence de 41° 45′, & 26° 30′. Le poids du fluide entraîné par la ſurface mince qui faiſoit la baſe commune, ſeroit de 3529 grains; le poids d'un volume d'eau égal à la ſphère, ſeroit de 3752 grains, qui, multipliés par 1,585, donnent la totalité du fluide entraîné, y compris la ſphère, égale à 5947 grains. Suivant l'expérience, le fluide entraîné par les deux cônes, y compris leur volume, eſt de 4005 & 5164 grains. Si on juge, d'après cela, des réſiſtances par l'inverſe du fluide entraîné, on verra que la ſurface plane en éprouve le plus, enſuite le premier & le ſecond cônes, & enfin la ſphère qui en éprouve le moins; réſultat qui s'accorde très-bien avec toutes les expériences faites juſqu'à préſent. M. le chevalier de Borda a trouvé que les réſiſtances dans l'air d'une ſurface plane circulaire, d'un cône droit à 45° d'incidence, d'un cône à 30° d'incidence & d'une ſphère, étoient entre elles :: 50 : 34 : 27 : 20. Il n'eſt donc pas étonnant que, par la valeur du fluide entraîné, nous trouvions la réſiſtance du cône le plus aigu, encore plus forte que celle de la ſphère.

Il paroît même qu'à égalité de baſes, il faudroit, pour qu'un cône ou une pyramide eſſuyaſſent une réſiſtance égale à celle de la ſphère,

qu'ils reçuſſent le choc du fluide ſous un angle de 10 à 12 degrés. La pyramide de l'expérience 333e reçoit le choc ſous un angle d'incidence de 13° 50′. Le fluide entraîné par ſa baſe mince & iſolée, ſeroit de 12813, grains ; tandis que celui de la pyramide, y compris ſon volume, eſt de 20548 grains. Ainſi le fluide entraîné par une pyramide ſemblable, & dont la baſe ſeroit égale à celle des deux cônes & de la ſphère, auroit été de 5660 grains, & un peu moindre encore que celle de la ſphère.

520. Les expériences 334 & 335, dans leſquelles les cônes précédens ſont adaptés à un même cylindre, paroiſſent d'abord fort ſingulières, en ce que le corps le plus long & le plus aigu donne moins de fluide véritablement entraîné ; mais, en y ajoutant le poids des cônes, on trouve, pour le fluide cenſé entraîné, 4443 grains ; & 5505, qui indiquent une moindre réſiſtance pour le corps aigu. Dans les expériences 334 & 336, les mêmes cônes ſont adaptés à des cylindres de différentes longueurs ; & le plus long donne effectivement plus de fluide entraîné.

C'eſt ici le lieu de faire remarquer plus particulièrement ce que nous avons déja fait obſerver ci-devant, qu'il ne faut pas juger dans tous les cas de la réſiſtance des différens corps, par l'inverſe du fluide entraîné. En effet, ſi on compare le cylindre de l'expérience 334 garni

de proues & poupes coniques, avec celui de l'expérience 311e à base plane, mais beaucoup plus long, on trouvera la totalité du fluide entraîné par ce dernier un peu plus grande que celle du premier, quoique la résistance totale de celui-ci soit bien moindre. Mais cet effet rentreroit parfaitement dans la loi générale, si on pouvoit démêler la poupe fluide de la proue. Les premières étant retranchées de la somme du fluide entraîné, il resteroit une moindre proue fluide pour le cylindre à base plane, que pour l'autre; ce qui indiqueroit une plus grande pression antérieure. Sa poupe fluide, au contraire, seroit plus grande que celle du cône court, parce qu'il essuie une moindre non-pression; mais les pressions faisant, sur-tout dans ce cas-ci, la plus grande partie de la résistance totale, les résultats rentreroient dans l'ordre naturel.

521. La méthode des oscillations ne fait connoître que la somme de deux parties de fluide entraîné; ainsi on ne peut comparer la résistance que pour des solides formés de deux moitiés égales, appuyées sur une même base commune, qui forme la plus grande section du corps, sans partie droite dans la longueur, & pourvu aussi que cette longueur ne soit pas très-grande, parce qu'alors la non-pression pourroit diminuer davantage à proportion que la pression. D'après toutes les comparaisons que nous avons faites, il paroît que pour des corps

réguliers, aigus par chaque bout, dont la plus grande section est dans le milieu, & dont la longueur n'excède pas cinq à six fois la racine quarrée de cette section, la totalité du fluide entraîné est toujours relative à la résistance inverse.

C'est ainsi qu'on pourroit connoître par l'expérience quel seroit, entre tous les solides de révolution, celui qui offriroit le moins de résistance. On pourroit, par exemple, modeler des masses de cire, de 2 ou 3 pieds cubes de volume, lestées de plomb auquel on donneroit la forme de l'avant d'un vaisseau, d'après les proportions générales, reconnues être indispensables pour les services essentiels des vaisseaux de diverses espèces; on varieroit les coupes & les courbures de ces modèles, selon les divers systêmes adoptés par les constructeurs, en faisant toujours l'arrière semblable à l'avant; & on les suspendroit à une longueur suffisante de pendule, pour les faire osciller dans l'eau, après avoir tenu compte de leur poids dans l'air, de leur poids dans l'eau, & par conséquent de leur volume. Il seroit bon de donner à la partie supérieure de ces modèles, qui représenteroit le plan de flottaison, une courbure réglée sur le rayon vecteur, à partir du point de suspension, afin qu'ils pussent osciller librement; & le temps de la durée de leurs oscillations, dans un bassin fait exprès, & suffisamment grand, étant observé

avec beaucoup de soin, on trouveroit la valeur de n, & par conséquent du fluide entraîné exprimé par nP, qui feroit juger du plus ou du moins de résistance que ces corps essuieroient : on ne court aucun risque en cette matière de conclure du petit au grand. Les résistances des fluides sont très-exactement proportionnelles aux surfaces, ou au quarré d'un côté homologue quelconque, quand les corps sont semblables. Il y a donc lieu de croire qu'en peu de temps on parviendroit à varier assez les formes de ces modèles, pour conclure quelle est la figure la plus avantageuse de l'avant des vaisseaux. On pourroit répéter les mêmes recherches pour la partie postérieure ou l'arrière. Nous ne doutons pas que cette méthode ne fût plus certaine & plus exacte que celle de peser avec une balance hydrostatique, la résistance effective & totale des mêmes modèles exposés à un courant réglé. Les remous suffiroient pour troubler les derniers résultats, parce qu'ils sont à proportion plus grands pour les petits corps, que pour ceux d'un grand volume, qui tirent beaucoup d'eau ; au lieu que pour les corps plongés, l'analogie est parfaite. Si on le jugeoit convenable, on pourroit doubler le corps oscillant, en en mettant un second, renversé sur le premier, & se joignant avec lui par le plan de flottaison. De cette manière, la poupe & la proue fluides doublées seroient plus relatives au double de celles d'un corps qui flotte.

522. Nous venons de voir que la quantité de fluide entraîné par une surface très-mince, par une sphère, & par différens corps pyramidaux de même base, est relative à la résistance qu'essuient ces différens corps en raison inverse ; & cette observation nous a portés à rechercher s'il n'y avoit pas un rapport simple entre ces deux effets, pour les solides de révolution. Il nous a paru que les résistances de ces différens corps étoient sensiblement proportionnelles à l'inverse des quarres des fluides entraînés, y compris les volumes des corps ; ou, si l'on veut, à l'inverse des quarrés des hauteurs des proues fluides qu'on imagineroit appuyées sur le plan de plus grandes sections des corps, & qui représenteroient le fluide entraîné. En comparant cette loi avec les résistances qu'on déduit de quelques expériences de M. le chevalier de Borda, on trouve un accord aussi satisfaisant, que la délicatesse de nos expériences & leur petit nombre peut permettre de l'espérer. Ce n'est que sur la sphère qu'il se trouve des expériences déja faites, & en assez grand nombre pour comparer avec elles le résultat des nôtres. C'est ce que nous allons faire le plus exactement qu'il nous sera possible.

523. On a demandé souvent quel est le rapport de la résistance de la sphère à la résistance directe de son grand cercle. Si l'on a bien saisi notre manière d'envisager la résistance, on sentira que cette question est trop vague, & ne

préſente pas un ſens aſſez déterminé. Ce rapport ſera très-différent ſi ce grand cercle n'eſt qu'un plan mince & iſolé, ou s'il eſt garni poſtérieurement de la demi-ſphère, ou enfin s'il forme la baſe d'un cylindre plus ou moins long. Nos expériences nous mettent en état de déterminer le rapport dans ces différens cas.

Prenons pour unité de réſiſtance celle de la ſphère, pour unité de ſurface celle de ſon grand cercle, & nommons C le rapport de la circonférence au diamètre. $\left(\frac{4}{C}\right)^{\frac{1}{2}}$ ſera le diamètre de la ſphère, & $\left(\frac{4}{C}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{C}{6} = \frac{4}{3\sqrt{C}}$ ſera ſon ſolide. Cette quantité multipliée (518) par 1,585, donnera, pour le volume du fluide entraîné par la ſphère, y compris ſon propre volume, la quantité 1,1924, tandis que le fluide entraîné par le grand cercle iſolé & très-mince, n'eſt que 0,705. Ainſi, d'après notre apperçu, la réſiſtance de la ſphère étant 1, celle de ſon grand cercle iſolé ſeroit égale à $\left(\frac{1,1924}{0,705}\right) = 2,86$.

524. La connoiſſance de ce premier rapport conduit à celle des rapports de la réſiſtance de la ſphère à la réſiſtance des priſmes ou des cylindres qui auroient une baſe égale à ſon grand cercle. Ainſi (en ſuppoſant toujours que ce ſont les corps qui ſe meuvent : car la réſiſtance & ſes rapports différeroient un peu s'ils étoient immobiles dans un courant), la réſiſtance d'un priſme qui a pour longueur une fois la racine quarrée

de ſa baſe (486), étant à celle de cette baſe iſolée :: 1,172 : 1,433, on pourra conclure que la réſiſtance de la ſphère eſt à celle d'un cube direct dont la face eſt égale au grand cercle de la ſphère :: 1 : 2,86 × $\frac{1,172}{1,433}$ :: 1 : 2,34. Et encore, ce rapport n'eſt-il exact que pour des viteſſes d'environ 36 pouces : car les non-preſſions diminuant avec les viteſſes, & les preſſions augmentant, au contraire, un peu quand elles ſont très-petites, les réſiſtances de la baſe iſolée & du priſme ſeroient moins inégales pour des viteſſes moindres ; ce qui augmenteroit un peu le rapport de la réſiſtance de la ſphère à celle du cube.

525. Connoiſſant l'intenſité de la réſiſtance qu'éprouve une ſurface mince mue dans l'eau, & ſon rapport avec celle de la ſphère ; nous pouvons déterminer l'intenſité de la réſiſtance de la ſphère. Ainſi, le rapport entre la hauteur dûe à la viteſſe & à la réſiſtance d'une ſurface mince mue avec une viteſſe de 36 pouces, étant 1,433, ce rapport ou $m+q$ devient pour la ſphère $\frac{1,433}{2,86}=0,5$; de ſorte que le choc d'une ſphère, mue avec une viteſſe d'un à quatre pieds, eſt ſenſiblement égal au poids d'une colonne d'eau qui auroit pour baſe ſon grand cercle, & pour hauteur la moitié de celle qui eſt dûe à ſa viteſſe. Mais cette quantité augmenteroit pour des viteſſes plus grandes. Comparons ce réſultat à celui des expériences faites directement ſur la réſiſtance des globes.

526.

526. M. le chevalier de Borda en rapporte quelques-unes qu'il a faites avec beaucoup de soin. Une sphère de 59 lignes de diamètre, attachée à l'extrémité du bras d'un volant de 4 pieds de longueur, tournoit horizontalement dans l'eau d'un bassin qui avoit 12 pieds de diamètre. Les résistances étoient mesurées par un poids qui imprimoit le mouvement au volant; & elles ont été trouvées exactement proportionnelles aux quarrés des vitesses qui varioient depuis 5 jusqu'à 30 pouces. Il semble cependant que la resistance augmentoit un peu pour les très-petites vitesses: ce qui est conforme à la remarque que nous avons déja faite, que si la non-pression diminue, la pression augmente un peu. On trouve par cette expérience que, pour une vitesse de $1,^{pi}2$, la quantité $m+q$ est égale à 0,55; résultat plus fort que le nôtre, quoique, dans nos expériences, nous ayons eu des vitesses au moins aussi petites. Ce globe étoit partagé en deux demi-sphères, pour pouvoir présenter au choc le grand cercle d'une demi-sphère ou sa convexité. Dans le premier cas, on a trouvé la résistance à celle de la sphère entière :: 2,508 : 1; & dans le second, la même résistance à celle de la demi-sphère présentant sa convexité en avant :: 2,525 : 1.

527. On concluroit donc de cette expérience, que la résistance de la sphère entière est à celle de la demi-sphère choquée sur sa convexité :: 2,525 : 2,508; ce qui contredit absolument

toutes les expériences qui prouvent que l'addition d'une proue angulaire ou courbe, diminue la réſiſtance, quand tout eſt égal d'ailleurs. Il eſt vrai que, ſi une demi-ſphère reçoit le choc ſur ſa convexité, elle éprouve la même preſſion que la ſphère entière; mais ſa non-preſſion doit être plus grande, ainſi que ſa réſiſtance en général. L'expérience dont nous parlons eſt la ſeule qui paroiſſe contredire cette loi générale; mais il y a tout lieu de croire que le réſultat qu'elle donne pour ce cas, ainſi que l'excès de la réſiſtance, qu'elle indique pour la ſphère entière, ſont une ſuite du mouvement circulaire, qui, comme nous l'avons déja remarqué (501), n'eſt pas propre à fixer l'intenſité de la réſiſtance dans le mouvement rectiligne.

528. Les expériences de Newton ſur la chûte des globes dans l'eau, paroiſſent les plus directes qu'on puiſſe faire á cet égard. Nous les avons calculées d'après les données qu'on trouve dans le liv. IIe des Principes mathématiques. Si on ſe rappelle la formule que nous avons développée (315 & 316), pour déterminer le mouvement d'un grave qui ſe meut dans un milieu, où il éprouve une réſiſtance proportionnelle à la ſurface choquée, & au quarré de la viteſſe, on verra qu'en nommant D la denſité du milieu, P la maſſe en mouvement, p ſon poids dans le fluide, S la ſurface choquée, e l'eſpace parcouru dans le temps t; $m+q$ la quantité que nous avons

nommée i^2 dans cette formule, ou le nombre par lequel il faut multiplier la hauteur dûe à la viteſſe pour avoir celle qui eſt dûe à la réſiſtance, & N le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt exprimé par $\frac{t}{P}\sqrt{2gpSD(m+q)}$, on aura l'équation ſuivante, $e=\frac{2P}{SD(m+q)}$ Log. $\frac{N+1}{2\sqrt{N}}$. Dans les expériences de Newton, le nombre N eſt toujours ſi grand, qu'on peut faire, ſans erreur ſenſible, $N=N+1$: alors l'equation ſe réduit à $2\left(\frac{SDe(m+q)}{2P}+L.2\right)=L.N=\frac{t}{P}\sqrt{2gpSD(m+q)}$; d'où l'on tire $\sqrt{m+q}=\frac{\sqrt{2gpt^2}+\sqrt{2gpt^2-8Pe\times L.2}}{2e\sqrt{SD}}$, & $m+q=\frac{(\sqrt{2gpt^2}+\sqrt{2gpt^2-5,54Pe})^2}{4e^2SD}$.

529. Telle eſt la valeur que nous avons calculée pour 12 globes dont on connoît le diamètre, le poids dans le vide & dans l'eau, & le temps qu'ils ont employé à parcourir, en tombant dans l'eau, une hauteur donnée. Comme nous ne cherchions que des rapports, ou des nombres abſtraits, nous nous ſommes ſervis des meſures angloiſes, telles que Newton les a employées. Ce qu'il appelle la livre romaine eſt la même choſe que celle qu'on connoît en Angleterre ſous le nom de *troy ;* elle ſe diviſe en douze onces, l'once en 20 deniers, & le denier en 24 grains. D'après les meſures de M. de Tillet, 7021 livres poids de marc font 9216 livres *poids de troy ;* & ſuivant Newton, le poids d'eau d'un

pied cube de Londres, eſt de 76 livres de troy. Quant aux meſures linéaires, le pied de Londres vaut 11 pouces 3 lignes, 1154 du pied de roi, ainſi $2g = 771^{po},6$. Nous avons pris pour unité de meſure, le grain & le pouce de Londres; ainſi $D = 253\frac{1}{3}$ grains; le grand cercle de la ſphère eſt repréſenté par S. Les valeurs de P n'expriment pas ſeulement la maſſe dû corps, ou ſon poids dans le vide, mais encore le poids du fluide entraîné, que nous avons fait égal à 0,54 fois le poids du volume d'eau déplacé par chaque globe, au lieu de 0,585, pour compenſer la petite réſiſtance cauſée par le tuyau dans lequel les globes tomboient. Le tableau ſuivant indique les données & le réſultat de chaque expérience.

	Poids dans l'air.	Poids dans l'eau.	Diamètre des globes.	Hauteur de la chûte.	Temps de la chûte.	Vitesses finales.	Valeurs de $m+q$.
	gr.	gra.	po.	po.	″	po	
1.	$156\frac{1}{4}$	77	0,84224	112	4	29,2	0,4929
2.	$76\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{12}$	0,81256	112	15	7,6	0,5107
3.	121	1	0,9672	112	47	2,4	0,7040
4.	$139\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{3}$	0,99868	182	$24\frac{1}{2}$	7,4	0,5010
5.	$154\frac{1}{3}$	$21\frac{1}{2}$	1,0001	182	$14\frac{1}{2}$	12,6	0,5186
6.	$212\frac{1}{6}$	$79\frac{1}{2}$	1,0001	182	8	23,0	0,5797
7.	$293\frac{1}{6}$	$35\frac{1}{2}$	1,2475	181,5	15	12,2	0,5905
8.	139	$6\frac{1}{2}$	0,9997	182	$25\frac{1}{2}$	7,2	0,4865
9.	$273\frac{1}{4}$	$140\frac{1}{4}$	0,9997	182	$6\frac{1}{4}$	30,1	0,6020
10.	384	$119\frac{1}{2}$	1,2587	181,5	9	20,5	0,6932
11.	48	$3\frac{20}{72}$	0,6927	182,5	$22\frac{1}{4}$	8,3	0,4571
12.	141	$4\frac{1}{2}$	1,0099	182	$31\frac{1}{4}$	5,8	0,4892

530. On remarque, dans ces expériences, des variations assez considérables, qui ne paroissent relatives ni aux vitesses, ni aux diamètres des globes; mais qu'on peut attribuer à la difficulté de s'assurer exactement de toutes les données. Les globes oscilloient quelquefois; ils ne descendoient pas toujours en ligne droite, & il y en avoit qui touchoient en tombant les bords du vase. On peut lire dans l'auteur même le détail des défauts qu'il n'a pu éviter. Dans chaque expérience, il faisoit tomber l'un après l'autre plusieurs globes égaux qui parcouroient le même espace, dans des temps qui différoient quelquefois entre eux d'un dixième; & en nous conformant aux indications de Newton, nous nous sommes fixés, dans chaque expérience, à une réduite sur le temps, quoiqu'il semble que les temps les plus courts étoient les plus convenables, & qu'ils étoient l'indication de moins de causes étrangères de résistance. Quoi qu'il en soit, si on retranche la 3e & la 10e expériences qui sont évidemment fautives, & qu'on prenne une réduite sur tous les autres résultats, on trouve $m+q=0,523$. Nous pouvons donc conclure, eu égard à la petitesse de ces corps, dont la résistance étoit un peu augmentée par la viscosité, & vu aussi la variation des temps observés, que, pour des globes plus grands, & mus dans un

fluide indefini, on auroit $m+q=0,5$; ce qui confirme ſingulièrement les conſéquences que nous avons deduites de nos experiences ſur les oſcillations des globes.

SECTION II.

De la réſiſtance de l'air, & du rapport de la réſiſtance dans différens fluides.

531. L'AIR par ſa rareté, mais ſur-tout par ſon élaſticité, paroît tellement différent de l'eau, qu'il ſemble que les réſiſtances que les corps éprouvent dans ces deux élémens, ne puiſſent pas être aſſujettis aux mêmes lois. Cependant, comme ils ſont l'un & l'autre parfaitement fluides, c'eſt-à-dire, que leurs molécules cèdent au moindre effort dans toutes ſortes de directions, il eſt aſſez naturel de croire que le choc de l'air produit des effets ſemblables à ceux que nous venons d'obſerver dans l'eau, parce que c'eſt de la fluidité que dépend principalement la nature de la réſiſtance.

Ainſi un courant d'air venant à choquer la ſurface d'un corps immobile, les molécules ſont obligées de ſe dévier, avant la rencontre de l'obſtacle, pour paſſer autour de lui avec un accroiſſement de viteſſe; ce qui forme en avant une ſorte de proue fluide dans laquelle les molécules perdent plus ou moins de leur mouvement primitif de tranſlation; & il en eſt qui, éprouvant une déviation complette, ſe meuvent

parallèlement à la surface choquée, en accélérant de viteſſe vers les bords, ce qui fait varier les preſſions ſur toute la ſurface, en les faiſant diminuer du centre à la circonférence. Les molécules qui ſe ſont précipitées vers les bords, étant réprimées par le fluide latéral, & rejetées en grande partie vers les côtés du corps, ſe rejoignent derrière lui avec d'autant plus de viteſſe, & d'autant plus près, que le corps eſt plus court. Mais avant de reprendre leur première direction, ils entraînent, ſuivant leur degré de force, les parties intérieures de cette poupe fluide qu'elles forment derrière le corps; ce qui occaſionne un défaut de preſſion ſur la ſurface poſtérieure. Les mêmes effets doivent être produits quand ce ſont les corps qui ſe meuvent dans l'air en repos; & il ne peut y avoir de différence conſidérable que dans leur intenſité.

Si tels ſont les effets généraux qu'on remarque dans la réſiſtance des matières fluides, ils conviennent également à l'air comme à l'eau, à quelques modifications près, qui ſont relatives à l'élaſticité de l'un, & à l'incompreſſibilité de l'autre. Si on juge à propos de ſuppoſer l'air compoſé de molécules très-déliées, peut-être ſphériques, qui ne ſe touchent point, qui ſont au contraire à une diſtance égale à un aſſez grand nombre de fois leur diamètre, mais qui ſont douées d'une force répulſive qui augmente en raiſon inverſe du cube de leurs diſtances, il en

réſultera que ce fluide ſera capable de ſe comprimer en raiſon des poids dont il ſera chargé; ce qui eſt aſſez exactement le réſultat qu'on trouve en phyſique. Ses molécules pourront vibrer, & tranſmettre les ſons avec une viteſſe proportionnée au degré de tenſion de leur reſſort, &c. Mais comme l'air, tel qu'il eſt à la ſurface de la terre, eſt chargé de tout le poids de l'atmoſphère, le reſſort de ſes molécules eſt déja tendu à un degré aſſez conſidérable, enſorte que pour des viteſſes médiocres, comme ſont toutes celles qui ſe produiſent ordinairement, excepté par l'effet des bouches à feu, ces molécules agiſſent les unes ſur les autres, & contre les corps ſolides, de la même manière que ſi elles ſe touchoient, ou qu'elles fuſſent incompreſſibles. Ainſi, quoiqu'à la rigueur l'air ſe condenſe un peu en avant d'un corps qui ſe meut, & qu'il ſe raréfie un peu en arrière de ce corps par la non-preſſion, cette condenſation ou cette raréfaction ſont toujours extrêmement petites, parce que la prodigieuſe mobilité de l'air fait céder le fluide antérieur & poſtérieur avec une viteſſe toujours beaucoup plus grande que celle du corps mu, & la réſiſtance a ſenſiblement lieu comme ſi les particules du fluide ſe touchoient. D'ailleurs, le corps choqué ſe trouve entre deux parties oppoſées du fluide, dont l'une a un peu plus de reſſort, & l'autre un peu moins que ſi tout le ſyſtême avoit la même denſité; ce qui

ne paroît pas devoir changer l'intenſité de la réſiſtance. Nous allons dans cette ſection examiner quels ſont les rapports de cette réſiſtance relativement aux viteſſes, aux ſurfaces choquées, & à la denſité du fluide.

CHAPITRE I.

Meſure du fluide entraîné par les corps qui ſe meuvent dans l'air : formule du mouvement d'oſcillation.

532. POUR nous aſſurer d'abord, d'une manière générale, de l'exiſtence de la proue & de la poupe fluides, qui accompagnent un corps mu dans l'air, nous avons fait oſciller un globe qui avoit un peu plus de 2 pieds de diamètre, vis-à-vis le centre duquel pendoit librement, à 1 pied de diſtance, un petit plumaceau attaché au bout d'un fil, ou ſimplement un bout de fil de laine. Ces corps légers ont ſuivi le mouvement du globe, en oſcillant comme lui & en même temps que lui, avec autant de préciſion que s'ils euſſent tenu au globe ; avec cette ſeule différence que leurs oſcillations avoient des amplitudes moindres que celles du globe. Si on les approchoit plus près du globe, ils alloient & venoient avec la même régularité que quand on les en tenoit plus éloignés, & l'amplitude de leurs oſcillations croiſ-

soit ou décroissoit en raison inverse de leurs distances. Enfin, à 4 pieds de distance du globe, c'est-à-dire, à 5 pieds de distance de son centre, le plumaceau oscilloit encore très-régulièrement, mais moins sensiblement. Cette expérience, qui auroit le même succès si on la faisoit dans l'eau, en suspendant en avant d'un gros globe de petites boules d'une densité un peu plus grande que celle de l'eau, prouve évidemment que le fluide est entraîné par le mouvement du globe, & qu'il le précède & le suit, en formant ce que nous appelons poupe & proue fluides. Voici quelques expériences qui déterminent la mesure du fluide censé mu avec la même vitesse que le corps.

TROIS CENT-TRENTE-SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

533. On a suspendu un globe de papier, de 4,0416 p°. de diamètre, & pesant dans l'air 155 grains, à un fil très-délié, dont la longueur, depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation du globe, étoit de 73 pouces. Le globe a fait 100 oscillations en 151 secondes; le baromètre à 27 pouces 8 lignes, & le thermomètre à 7 degrés.

TROIS CENT-TRENTE-HUITIÈME EXPÉRIENCE.

On a suspendu de même un globe de papier, bien sphérique, de 6,625 p°. de diamètre, & pesant

dans l'air 368 grains, à une longueur de pendule de $96{,}083^{po}$: il a fait 50 oſcillations en 92 ſec.; le baromètre étoit à 27 pouces 10 lignes, le thermomètre à 9 degrés.

TROIS CENT-TRENTE-NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

On a ſuſpendu de même un globe de peau de baudruche, qui avoit ſervi à des expériences aéroſtatiques, de 17 $\frac{1}{4}$ pouces de diamètre moyen, & peſant dans l'air 396 grains, à une longueur de pendule de $85{,}816^{po}$: il a fait 16 oſcillations en 58 ſecondes ; le baromètre étant à 27 pouces, & le thermomètre à 11 degrés.

534. Si on calcule ces expériences (498) par la formule $n = p\left(\frac{a}{l}-1\right)$, en ſuppoſant la denſité de l'air à celle de l'eau :: 1 : 860, on trouvera, pour l'expérience 337e. $n=1{,}51$; pour l'expérience 338e. $n=1{,}63$; & pour l'expérience 339e. $n=1{,}54$: d'où l'on peut conclure que le volume du fluide entraîné dans l'air eſt le même que celui du fluide entraîné dans l'eau, que le choc s'y fait de la même manière, & que la déviation des filets y eſt abſolument ſemblable, du moins pour des viteſſes moyennes. On pourroit encore conclure delà, que la réſiſtance dans l'air eſt proportionnelle aux ſurfaces : mais, quoique cette conſéquence fût juſte, elle a beſoin d'être autoriſée par quelques autres expériences.

Nous en avons fait un grand nombre sur la perte de mouvement des corps qui oscillent dans l'eau & dans l'air, & quoique cette matière soit très-épineuse à cause du mouvement varié, nous sommes parvenus à des résultats extrêmement satisfaisans. Ayant égard à la quantité de fluide entraîné par les globes, & à la perte de gravité, nous avons examiné le mouvement d'oscillation d'un globe qui se meut dans un fluide moins dense que lui; & nous avons cherché la loi qui exprime sa perte de mouvement à chaque oscillation, en supposant le principe reconnu pour vrai d'ailleurs, que la résistance est proportionnelle au quarré des vitesses. En admettant cette première loi, jointe à la perte de gravité & à la mesure du fluide entraîné, voici comme on peut par la théorie déterminer ce mouvement.

535. Quoique les pendules qui oscillent aient un mouvement varié, où les vitesses changent à chaque instant, nous supposerons que l'arc entier, parcouru dans la descente & l'ascension suivante, est l'espace parcouru, & que le temps est exprimé par la durée de l'oscillation, en considérant ce mouvement, pour une oscillation seulement, comme un mouvement uniforme.

Nous avons vu (498) que, quand on fait osciller un corps dans l'eau, on a $n\mathrm{P}+p : p :: a : l$, d'où l'on tire $\frac{a}{l}=\frac{n\mathrm{P}+p}{p}$: mais si on fait l égal à la longueur du pendule qui bat les secondes

dans le vide, c'eſt-à-dire, à environ $36^{po},714$, on aura (504) $\frac{g}{l}=t^2$, en nommant t le temps exprimé en ſecondes. On aura donc $t^2=\frac{nP+p}{p}$, ou $t=\sqrt{\frac{nP+p}{p}}$.

L'eſpace parcouru dans une oſcillation, étant nommé E, cet eſpace, diviſé par le temps, exprime la viteſſe moyenne ; & nommant V cette viteſſe, on aura $V=\frac{E}{\sqrt{\frac{nP+p}{p}}}$.

Puiſque le corps en ſe mouvant eſſuie une réſiſtance, il perdra une certaine quantité de mouvement, c'eſt-à-dire, qu'après être deſcendu du ſommet de l'arc d'oſcillation à la verticale, il remontera par un arc plus court que le premier. Or cette perte de mouvement ſera d'autant plus petite, que le poids du corps dans le fluide ou p ſera plus grand, & au contraire. D'un autre côté, la même perte de mouvement ſera d'autant plus grande, que la viteſſe ou ſon quarré ſera plus grand. D'où il ſuit qu'elle ſera repréſentée par le quarré de la viteſſe, diviſé par le poids dans l'eau, ou ſimplement par $\frac{E^2}{nP+p}$.

Cette expreſſion de la perte du mouvement, eſt compoſée du quotient du quarré de l'eſpace parcouru, qui eſt variable, diviſé par $nP+p$, qui eſt conſtant pour toute la durée du mouvement du même globe. Ainſi, nommant E

la diminution d'une oscillation quelconque, & m une constante relative à la surface actuelle du corps, on aura $\frac{E}{m} = \frac{E^2}{nP+p}$: d'où l'on tire $m = E\frac{(nP+p)}{E^2}$, valeur de la constante m, pour un globe d'une grosseur donnée ; $E = \frac{mE^2}{nP+p}$, valeur de la diminution d'une oscillation, dont l'amplitude est connue $p = \frac{mE^2 - nPE}{E}$, valeur du poids dans l'eau, pour une amplitude & une diminution connues.

536. L'arc entier, décrit par un pendule, étant toujours nommé E; & la perte du mouvement, ou la différence de l'arc de descente, à celui d'ascension, étant E, si on nomme e la descente, ou l'arc compris entre le point de départ & la verticale, on aura la nouvelle équation $E+E=2e$, dans laquelle on peut substituer, à la place de E, sa valeur $\frac{mE^2}{nP+p}$, ce qui donne $E+\frac{mE^2}{nP+p}=2e$, d'où l'on tire pour la valeur de l'arc décrit $E=\sqrt{2e\left(\frac{nP+p}{m}\right)+\left(\frac{nP+p}{2m}\right)^2}-\frac{nP+p}{2m}$: expression générale de l'amplitude d'une oscillation quelconque, quand on connoît le volume du globe, son poids dans l'eau ou dans le fluide donné, l'arc de descente, & les quantités m & n.

537. La longueur du pendule, ni la grandeur de l'arc de descente, par rapport à cette longueur, n'entrent point dans la formule. Et en

effet, à toute longueur de pendule, & à toute groſſeur de globe, pourvu que les denſités fuſſent les mêmes, la loi du quarré des viteſſes étant obſervée, les valeurs de *m* ſeroient proportionnelles aux ſurfaces, s'il n'y avoit point d'autre cauſe de réſiſtance.

Mais, à cauſe de l'action du fluide entraîné, il faut pour obtenir ce réſultat, réunir trois conditions; la première, que les denſités des globes ſoient les mêmes; la ſeconde, que les longueurs de pendule ſoient proportionnelles aux diamètres des globes; la troiſième, qu'ils parcourent, du moins en commençant, des arcs égaux.

Pour bien entendre la néceſſité de ces conditions, il faut prendre garde que, quand le globe deſcend par l'arc de deſcente, il acquiert des degrés de viteſſes qui augmentent de plus en plus, juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé un peu en-deçà de la verticale; après quoi il perd ces mêmes degrés de viteſſe à meſure qu'il parcourt l'arc d'aſcenſion. Le fluide entraîné qui l'accompagne, acquiert en deſcendant les mêmes degrés de viteſſe à-peu-près: mais, comme ce fluide n'a point de poids, la gravité ne lui fait pas perdre ſa viteſſe dans l'arc d'aſcenſion. Il faut donc que ce ſoit le globe même qui la lui faſſe perdre: ce qui ne peut arriver ſans que ce fluide ne pouſſe le globe, & n'augmente un peu l'amplitude par la diminution de la réſiſtance totale.

Quand

Quand donc on veut que la réſiſtance repréſentée par *m* ne ſoit relative qu'aux ſurfaces des globes, il faut d'abord que leur denſité ſoit toujours en même rapport avec celle du fluide. Mais, ſi deux globes de même denſité oſcillent à même longueur, en décrivant des arcs égaux, leurs forces pour oſciller ſeront proportionnelles à leurs poids, ou aux cubes de leurs diamètres, tandis que l'action du fluide entraîné ſera proportionnelle aux ſurfaces ou au quarré des diamètres, les viteſſes étant égales. Donc, pour que les forces d'oſcillation de chaque globe ſoient proportionnelles à l'action du fluide entraîné, il faut que les longueurs de pendule ſoient proportionnelles aux diamètres, & que les corps continuent de décrire des arcs égaux. Dans ce cas ſeulement, les rapports des réſiſtances relatives aux ſurfaces, ſont données par la valeur de *m*, & ceux des réſiſtances relatives aux quarrés des viteſſes, ſont données par la formule précédente.

CHAPITRE II.

Rapport des réſiſtances dans un fluide, relativement aux viteſſes, & aux ſurfaces d'un globe qui ſe meut.

538. COMME rien n'eſt plus délicat que les oſcillations d'un corps dans un fluide, & que,

quand on le laiſſe oſciller en liberté, la première oſcillation ne peut pas ſe faire de la même manière que les autres, parce que, dans celle-là ſeulement, le fluide eſt en repos, tandis qu'il conſerve un mouvement acquis dans toutes les autres, nous avons eu la précaution de ne faire faire au pendule de l'expérience ſuivante qu'une oſcillation à-la-fois, compoſée d'un arc de deſcente, & un d'aſcenſion. L'amplitude d'une oſcillation ayant été obſervée & vérifiée à pluſieurs repriſes, on laiſſoit repoſer l'eau; & quand elle étoit calme, on plaçoit le pendule au ſommet d'un arc de deſcente égal à celui de la dernière aſcenſion, & ainſi de ſuite, pour éviter le retardement que l'eau pouvoit apporter au retour du pendule. Nous avons vérifié que cette précaution n'étoit pas néceſſaire pour des globes de plomb, dont le diamètre n'excède pas 1 pouce, quand ils oſcillent dans l'eau; mais elle le devient pour des globes plus gros, ſur-tout ſi leur denſité eſt moindre que celle du plomb. Dans ce cas, ils perdoient plus de mouvement, quand ils oſcilloient librement & de ſuite, parce que le fluide conſervant une partie du mouvement imprimé par une oſcillation, la viteſſe, relative au choc, ſe trouvoit augmentée, quand le pendule revenoit ſur ſes pas, pour faire l'oſcillation ſuivante.

Un globe de $2{,}645$ po. de diamètre, qui peſoit dans l'eau 4 onces ſeulement, a perdu $\frac{143}{144}$ de ſon mou-

vement en 8 oſcillations conſécutives ; au lieu qu'il en a employé 15 à perdre la même quantité de mouvement, en le faiſant oſciller par repriſes.

TROIS CENT-QUARANTIÈME EXPÉRIENCE.

On a fait oſciller dans l'eau un globe qui peſoit dans l'air 5 livres 5 onces 4 ½ gros, ou 40068 grains, & dans l'eau 36448 grains. Son volume peſant d'eau étoit donc de 3620 grains, & ſon diamètre de 2,645 po. ; longueur de pendule, depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au centre d'oſcillation, 36,714 po.

OBSERVATIONS.	OSCILLATIONS.	DESCENTE ou valeur de c.	ASCENSION.	AMPLITUDE ou valeur de E.	PERTE de mouvement, ou valeur de E	VALEUR de m.
Rapport des denſités du globe & de l'eau, 11,0857.	1.	po. 12,0	po. 9,25	po. 21,25	po. 2,75	256
On ſuppoſe $n = 1,54$	2.	9,25	7,417	16 ½	1,833	277
Poids du vol d'eau dans le vide, ou $P = 3624$ grains	3.	7,417	6,25	13 ½	1,166	262
$P = 36448$ grains, $nP + p = 42029$ gra	4.	6,25	5,333	11,583	0,9166	287
	5.	5,333	4,75	10,083	0,583	241
	6.	4,75	4,25	9,0	0,5	259
	7.	4,25	3,833	8,083	0,416	265
	8.	3,833	3,479	7,312	0,354	278
	9.	3,479	3,229	6,708	0,25	234
	10.	3,229	2,979	6,208	0,25	275

539. En prenant une moyenne entre toutes les valeurs de m, on trouve qu'elle eſt égale, dans cette expérience, à 263 ; & ſi avec cette

donnée, on calcule, par la formule du §. 536, les differentes amplitudes de chaque oscillation, on trouvera le mouvement calculé de ce pendule comme il suit.

Oscillations	Descente ou valeur de c	Ascensions calculées.	Amplitudes calculées.
	po.	po	po.
1.	12,0	9.19	21,19
2.	9,19	7,46	16,65
3.	7,46	6,28	13,74
4.	6,28	5,42	11,70
5.	5,42	4,77	10,19
6.	4,77	4,26	9 03
7.	4,26	3,84	8,10
8.	3,84	3,5	7,34
9.	3,5	3,21	6,71
10.	3,21	2,97	6,18

La conformité du mouvement calculé de ce globe, avec celui de l'expérience, eſt ſi ſenſible, que, quand on n'auroit pas d'autres preuves, il ſeroit évident que les réſiſtances des globes mus dans l'eau ſont proportionnelles au quarré des viteſſes.

540. Quand on diminue la denſité du globe, ſans changer la longueur du fil de ſuſpenſion, la quantité *m* diminue. Nous avons trouvé que ſa valeur ſe réduiſoit à 155, quand le poids du globe dans l'eau étoit réduit à 2102 grains; & il eſt probable qu'elle augmenteroit, au contraire, ſi la denſité du globe devenoit plus grande.

Quand on fait oſciller un même globe à une plus grande longueur de pendule, la quantité *m* augmente. Un même globe de plomb, d'environ 1 pouce de diamètre, oſcillant à deux longueurs de 36,714 & 76,77 pouces, a donné dans les deux cas, pour valeurs de *m*, 36,6 & 46,3; & le globe de l'expérience 327, oſcillant à une longueur de 24 pouces ſeulement, & peſant dans l'eau 2102 grains, a donné des valeurs de *m* variables, à différentes amplitudes, depuis 150 juſqu'à 90.

Ces variétés dependent principalement de l'action du fluide entraîné ſur le globe; & elles font voir la néceſſité de proportionner la longueur du fil de ſuſpenſion des globes à leurs diamètres, pour que la quantité *m* donne le rapport de la réſiſtance qui eſt relative aux ſurfaces.

541. Un globe de plomb, peſant dans l'eau 2102 grains, dont le volume d'eau peſoit 202 grains, & dont par conſéquent la denſité étoit à celle de l'eau :: 11,4 : 1 à-peu-près, oſcillant dans l'eau en commençant par une deſcente de 12 pouces, & à la longueur du pendule qui bat les ſecondes, a donné, pour valeur réduite de *m*, 38,59. En comparant ce réſultat avec celui de l'expérience 327; on voit que les denſités des deux pendules étant à-peu-près les mêmes, & oſcillant à même longueur, les valeurs de *m* ne ſont pas tout-à-fait proportionnelles aux grands

cercles des globes qui repréſentent les ſurfaces ; & qu'il auroit fallu diminuer la longueur du pendule du petit globe.

De même une balle de plomb qui peſoit dans l'air 568 ½ grains, & dans l'eau 521 grains, dont par conſéquent le diamètre étoit de $0{,}624^{po.}$, & dont la denſité étoit à celle de l'eau :: 11,96 : 1, oſcillant dans l'eau, à commencer par une deſcente de 12 pouces, & à la longueur du pendule ou à $36{,}714^{po.}$, a donné, pour valeur réduite de m, 16,49, qui, comparée aux autres valeurs de cette quantité, s'éloigne encore plus du rapport des ſurfaces du grand cercle des globes. Si donc on vouloit ſuppoſer que, dans ces trois cas, la valeur de m fût exactement proportionnelle aux réſiſtances des globes reſpectifs, on concluroit que les réſiſtances croiſſent en moindre raiſon que les ſurfaces.

542. Les mêmes réſultats ont lieu dans l'air comme dans l'eau : la loi des quartés des viteſſes y eſt régulièrement obſervée ; les quantités m y éprouvent les mêmes variations par l'effet du fluide entraîné. Les gros globes de même denſité que les petits, oſcillans à mêmes longueurs, donnent des valeurs de m, un peu moindres que le rapport des ſurfaces : mais toutes choſes ſe paſſent dans ce fluide à proportion comme dans l'eau. Nous n'en rapporterons qu'un exemple dans l'expérience ſuivante.

TROIS CENT-QUARANTE-UNIÈME EXPÉRIENCE.

On a fait ofciller dans l'air un globe qui avoit déja fervi à l'expérience 337, avec une longueur de pendule de 36,714 ; fa denfité étoit à celle de l'air :: 11,33 : 1. Il a fait les ofcillations fuivantes, prifes féparément une à une.

OBSERVATIONS	OSCILLATIONS.	DESCENTE ou valeur de c.	ASCENSION	AMPLITUDE ou valeur de E	PERTE de mouvem.	VALEURS de m.
Hauteur du barom. 27 pouces 5 lignes. Thermom. 9 degr.	1.	po. 12,0	po. 10,0	po. 22,0	po. 2,0	0,735
En fuppofant la denfité de l'air à celle de l'eau :: 860,	2.	10,0	8,70	18,70	1,30	0,662
On a P = 15 gra. 1/2 P+p = 178 gra.	3.	8,70	7,79	15,49	0,91	0,675
	4.	7,79	6,96	14,75	0,83	0,679

543. Quand on veut trouver la loi des réfiftances proportionnelles aux furfaces dans un fluide quelconque, par le moyen des pertes de mouvement, on eft obligé de faire la denfité des globes en aflez petit rapport avec celles des fluides, pour que l'amplitude des ofcillations diminue d'une quantité bien fenfible. Il y a un autre moyen de vérifier cette loi, en employant des globes dont la denfité foit en très-grand rapport avec celle du fluide. Ce moyen ne peut pas convenir à l'eau, parce que fa denfité eft déja telle que les globes les plus pefans dans la nature, qui font ceux qu'on feroit en or, ne pèferoient

que 19 fois autant. Mais, quand on fait oſciller dans l'air des globes de plomb, ou même de bois, leur denſité eſt ſi conſidérable par rapport à celle du fluide, que le poids du volume déplacé par le fluide eſt comme nul en comparaiſon de celui du corps; c'eſt-à-dire, que la perte de gravité eſt nulle au moins ſenſiblement, & il en réſulte que ces globes oſcillent à-peu près dans le même temps que dans le vide. Ils eſſuient cependant des pertes de mouvement d'autant plus grandes, qu'ils ſont plus légers; mais ces pertes de mouvement ſont ſi petites pour chaque oſcillation, qu'elles ne ſe rendent ſenſibles que ſur un nombre d'oſcillations aſſez grand.

544. Un globe de $2^{pp},645$ de diamètre, peſant dans l'air 2348 grains, a fait 31 $\frac{3}{5}$ oſcillations pour perdre $\frac{1}{6}$ de ſon mouvement, en partant d'un arc de 12 pouces. A un poids double, il a fait 63 oſcillations; à un poids triple, 95; à un poids quadruple, 119: & enfin, quand il peſoit huit fois autant, ou 18784 grains, il a employé 199 oſcillations pour perdre la même quantité de mouvement, en réduiſant ſon demi-arc de 12 pouces d'amplitude à 10. Il oſcilloit dans tous ces cas à une longueur de pendule égale à $36^{pp},714$. Il ſemble par les premiers temps qu'il emploie à perdre $\frac{1}{6}$ de ſon mouvement, que ces temps ſoient proportionnels aux poids du mobile ou à ſa denſité; mais cette égalité de rapport ne ſe

trouve pas dans les grands poids : car, pour que cette égalité eût lieu, il n'auroit dû faire qu'environ 25 oscillations, quand il pesoit 2348 grains, puisqu'il n'en faisoit que 199 quand il pesoit huit fois autant, c'est-à-dire, 18784 grains. On est donc encore obligé de reconnoître ici l'action du fluide entraîné par les globes, dont l'effet est d'augmenter d'autant plus leur amplitude, que leur densité est moindre, ou qu'ils opposent moins de résistance à l'impulsion de ce fluide, qui conserve son mouvement pendant que le corps parcourt son arc d'ascension.

545. Quand on veut ensuite comparer le mouvement de deux globes dont les diamètres sont différens, pour chercher en quel rapport sont les résistances comparées aux surfaces, il devient indispensable d'avoir égard à la résistance des fils de suspension, qui est constante si les fils sont de même longueur & de même grosseur, & qui est différente si la longueur ou la grosseur des fils varie.

Nous avions choisi, pour suspendre des globes de poids & de volumes différens, deux fils de métal, dont l'un avoit $\frac{1}{164}$ de pouce de diamètre, & l'autre $\frac{1}{64}$: ainsi, les diamètres de ces deux fils étoient à-peu-près dans le rapport de 2 à 5. Nous fîmes osciller, à la longueur du pendule qui bat les secondes, un même globe de plomb, dont le diamètre étoit égal à 1,0113, po.

& qui pesoit dans l'air 2304 grains, suspendu successivement à ces deux fils. Avec le premier, il perdit $\frac{1}{6}$ de son mouvement en 160 oscillations; & avec le second, il perdit la même quantité de mouvement en 142 oscillations. La différence de grosseur des fils de suspension causoit donc une différence de 18 oscillations, dans le temps employé à perdre la même quantité de mouvement; & si ces différences sont proportionnelles au diamètre des fils, le premier causoit une perte de 12 oscillations, & le second une perte de 30: c'est-à-dire, que si la résistance des fils avoir été nulle, le globe auroit fait 172 oscillations pour perdre $\frac{1}{6}$ de son mouvement. Le globe oscilloit donc, dans chaque cas, comme s'il eût été moins pesant, dans le premier, de 160 grains, & dans le second, de 400 grains; & ces quantités peuvent être regardées comme les parties du poids employé à vaincre la résistance de chaque fil.

546. La résistance des fils de suspension étant connue par ce moyen, nous avons fait osciller des globes de différens diamètres, & de densités variées; & nous avons reconnu que quand, à même longueur de pendule, on fait les poids des globes, non-compris la résistance dûe aux fils de suspension, proportionnels au quarré de leurs diamètres, ou à la surface de leurs grands cercles, ils perdent la même quantité de mouvement dans le même temps, ou en nombre égal d'oscillations. Nous avons vérifié ce résultat de

différentes manières, & en employant des globes dont les diamètres de 2 pouces & de 9 pouces, donnoient le rapport de 1 à plus de 20, pour celui de leurs grands cercles & de leurs réſiſtances.

On peut remarquer à ce ſujet, que l'action du fluide entraîné ne peut pas, dans ce cas, troubler le rapport des réſiſtances, parce que cette action étant proportionnelle aux quarrés des diamètres des globes ou à leurs ſurfaces, eſt en même temps proportionnelle & à leurs poids, & à leurs réſiſtances; ce qui fait qu'elle a un effet proportionnel dans tous les cas.

547. Il ne reſte donc plus aucun doute ſur la conformité du mouvement & de la réſiſtance dans l'air & dans l'eau. Dans l'un & dans l'autre de ces fluides, la réſiſtance qu'eſſuient des ſurfaces ou des corps ſemblables, mus avec des viteſſes communes, eſt proportionnelle au quarré des viteſſes & aux ſurfaces; & quoiqu'il ſemble que quelques expériences de M. le chevalier de Borda, faites ſur des ſurfaces mues dans l'air, au moyen d'un moulinet, portent à conclure que, dans cet élément, les réſiſtances croiſſent en un peu plus grande raiſon que les ſurfaces, il faut attribuer cet effet à la manière dont ces ſurfaces choquoient l'air par un mouvement circulaire, & étant attachées à des bras de leviers égaux. Il eſt plus que vraiſemblable que cet Académicien auroit retrouvé la loi des ſurfaces exacte-

ment suivie, s'il eût proportionné la longueur des bras du moulinet au côté des surfaces quarrées qui devoient se mouvoir, ou que, s'il eût fait mouvoir dans l'eau des surfaces fixées au même moulinet qu'il a employé dans l'air, il auroit trouvé que les résistances de ces surfaces auroient augmenté aussi en plus grand rapport que leur étendue. Nous avons deja averti qu'il faut être en garde contre les mouvemens circulaires & continus, sur-tout quand on veut déterminer l'intensité de la résistance, ou fixer les rapports de celle des surfaces qui diffèrent considérablement en grandeur. Il nous reste à examiner quelle est la relation entre les résistances que les corps essuient, quand ils se meuvent dans des fluides de densités différentes.

CHAPITRE III.

Comparaison des résistances de l'air & de l'eau; rapport des densités de ces deux fluides.

548. D'APRÈS ce que nous avons dit jusqu'ici, & les expériences dont nous avons rendu compte, il n'est pas difficile de fixer le rapport des résistances qu'un même corps doit essuyer quand il se meut successivement dans l'eau & dans l'air; il est clair que ces résistances sont proportion-

nelles aux denſités de ces deux fluides. Mais en quel rapport ſont les denſités de l'eau & de l'air? Il n'y a rien de conſtant dans la denſité du dernier, qui eſt ſans ceſſe condenſé ou dilaté par les variations du chaud & du froid, & par la nature des exhalaiſons & des vapeurs qui montent de la terre. Celle de l'eau eſt beaucoup plus conſtante, quoiqu'elle participe un peu aux viciſſitudes de la température : cependant on eſtime aſſez communément le rapport moyen, comme 1 eſt à 850.

Nous propoſerons ici trois méthodes, pour déterminer ce rapport : la première eſt de faire oſciller dans l'eau & dans l'air deux globes de même diamètre, & de denſités telles, qu'ils perdent en un même nombre d'oſcillations la même quantité de mouvement. Nous l'avons eſſayé avec un globe de plomb bien ſphérique de 35 lignes de diamètre, qui peſoit dans l'air 5 livres 13 onces & 4 gros, & dans l'eau 5 livres 5 onces & 45 grains, ou 49005 grains. Nous le fîmes d'abord oſciller dans de l'eau de rivière, à la température de 4 $\frac{1}{2}$ degrés du thermomètre. Il faiſoit 96 oſcillations en 205 demi-ſecondes ; & à partir d'un arc de 12 pouces à gauche de la verticale, il perdoit en 8 oſcillations une partie de ſon mouvement ; enſorte que l'arc étoit réduit à 3 pouces 11 $\frac{1}{2}$ lignes.

Ayant échauffé l'eau juſqu'à 12 degrés, le même globe oſcilla dans le même temps, du

moins ſenſiblement, & perdit une partie de ſon mouvement en 8 oſcillations, depuis l'arc de 12 pouces juſqu'à un arc de 4 pouces $\frac{1}{2}$ ligne.

L'eau ayant été chauffée juſqu'à 27 degrés de chaleur, le globe oſcilla dans le même temps, & perdit ſon mouvement de 12 pouces à 4 pouces 8 lignes.

Enfin, en le faiſant oſciller dans la même eau à 31 degrés de chaleur, il perdit dans le même temps ſon mouvement de 12 pouces à 4 pouces 9 lignes.

Nous fîmes enſuite oſciller dans l'air un globe de papier, bien ſphérique & de même diamètre, dont nous pouvions faire varier la denſité, en y introduiſant du coton, autant qu'il étoit néceſſaire pour lui faire perdre la même quantité de mouvement qu'au globe de plomb, dans le même temps & à la même température : mais nous trouvâmes que les poids des globes dans les deux fluides, donnoient un rapport trop petit. Nous examinâmes donc les expériences ſur le globe de plomb, par le moyen de la formule $P = \frac{p}{n}\left(\frac{a}{l} - 1\right)$, qui ſe déduit de celles des §§. 498 & 504, & nous vîmes qu'on en conclud la denſité de l'eau trop petite, puiſque le pied cube ne pèſeroit qu'environ 63 livres. Ainſi nous fûmes fondés à conclure que ce globe oſcilloit d'une manière qui rendoit ſes temps trop petits. Nous n'avons pu attribuer ce défaut qu'à ce que

le fil qui le ſupportoit étant néceſſairement un peu gros, ſa roideur lui faiſoit faire reſſort, & produiſoit un effet ſemblable à celui d'une augmentation de gravité, tandis que cet effet avoit moins lieu dans le mouvement du globe de papier qui étoit beaucoup plus léger. Il auroit fallu, pour éviter cet inconvénient, attacher le fil de ſuſpenſion à un anneau poli qui auroit porté ſur un appui en tiers-point. Nous aurions ſans doute alors trouvé un réſultat plus exact.

La ſeconde méthode conſiſte à faire oſciller dans l'air ſeulement un globe très-léger, dont on obſerve la longueur de pendule, ſon poids dans l'air, & le temps des oſcillations. La même formule que nous venons de citer (dans laquelle on peut faire $n=1{,}585$, à cauſe de la petiteſſe des oſcillations), donnera la valeur de P, c'eſt-à-dire, le poids du volume d'air, égal à celui du globe ; & ſi on compare ce poids à celui d'un volume égal d'eau, on aura le rapport des denſités : nous avons trouvé par ce moyen qu'il varie, à différentes températures, entre 830 & 870. Nous ne donnons point le détail de ces expériences, parce que le petit globe que nous avons employé ne perdoit dans l'air qu'environ $\frac{1}{7}$ de ſon poids, enſorte que les temps de ſes oſcillations différant peu de ceux qui auroient eu lieu dans le vide, la moindre erreur dans la meſure du temps, influoit conſidérablement ſur la valeur du rapport que nous cherchions, comme

on peut en juger par l'examen de la formule : mais ce moyen seroit suffisamment exact, & très commode par la simplicité de l'appareil, si on employoit un globe bien sphérique de 7 à 8 pouces de diamètre, & qui perdit environ la moitié de son poids dans l'air. On pourroit même lui en faire perdre davantage, si on parvenoit à le faire d'une matière imperméable à de l'air inflammable dont on le rempliroit.

Enfin, la troisième méthode est plus directe & plus sensible : elle consiste à peser en effet avec une balance le poids d'un volume d'air connu. Voici comment nous y sommes parvenus.

Je fis faire un ballon d'étain, dont le vide intérieur avoit un peu plus de 8 pouces de diamètre, & qui étoit garni d'un col, traversé d'un robinet qui fermoit exactement.

Le 27 septembre 1785, le baromètre étant à 28 pouces 3 lignes, l'air passablement sec, & le vent à l'ouest, on plongea ce globe dans un tonneau plein d'eau de rivière, à 10 degrés de température, en faisant ensorte que le col de ce globe fût hors de l'eau, & le robinet ouvert; on attendit quelques momens pour que l'air contenu dans le globe se mît à la température de l'eau, & ensuite on ferma le robinet. Plongeant ensuite tout l'instrument dans l'eau, & l'ayant suspendu par un fil au bras d'une très-petite balance, il se trouva peser 159 $\frac{1}{2}$ grains dans l'eau. Nous le tirâmes ensuite de l'eau, & ayant ouvert le

le robinet, & placé l'ouverture du col sur le plateau d'une machine pneumatique, nous fîmes jouer le piston, & vidâmes en partie le ballon de l'air qu'il contenoit ; après quoi le robinet fut refermé. L'ayant de nouveau pesé dans l'eau, il ne se trouva plus avoir que 42 $\frac{1}{2}$ grains de poids ; d'où nous conclûmes que l'air dont il avoit été vidé pesoit 117 grains.

Pour connoître le volume de cet air, à la même température de 10 degrés, on laissa le globe plongé, & on ouvrit le robinet pour y laisser entrer l'eau ; quand elle s'y fut mise en équilibre avec l'air qui restoit dans le ballon, on ferma le robinet, & retirant le ballon de l'eau, on versa celle qu'il contenoit dans une jauge de 3 pouces moins $\frac{1}{10}$ de ligne de diamètre, ou de 7,029 $^{po.}$ de section : elle s'y éleva de 3 pieds 1 pouce 4 lignes de hauteur ; ce qui fait un volume de 262,416 $^{po.}$ cubes, qui est celui de l'air qui pesoit 117 grains. D'où on conclud que ce jour-là, & à la température de 10 degrés, le pied cube d'air pesoit 10 gros 50,4 $^{gra.}$, la toise cube environ 18 liv. ; & le rapport des densités étoit :: 1 : 837.

Enfin, ayant entièrement rempli d'eau le ballon, & l'ayant ensuite vidé dans la jauge, il s'y en trouva 3 pieds 4 pouces 7 lignes de hauteur ; ce qui répond à une capacité de 285,26 $^{po.}$ cubes. Ainsi, il étoit resté dans le ballon 22,844 $^{po.}$ d'air,

qui pesoient un peu plus de 10 grains ; & si le ballon eût été entièrement vidé d'air, il n'auroit plus pesé dans l'eau que $32\frac{1}{3}$ grains environ.

549. Il est encore un autre genre d'expériences par lesquelles on peut démontrer que, toutes choses égales d'ailleurs, les résistances de l'eau & de l'air sont proportionnelles à la densité des fluides. Pour faire directement cette comparaison, il est essentiel d'employer, dans l'un & dans l'autre élément, des corps semblables, & de les mouvoir de la même manière. Si le mouvement circulaire occasionne un peu plus de résistance que le mouvement rectiligne, il ne faut pas, à la vérité, l'employer quand on cherche l'intensité des résistances ; mais si on ne cherche que leurs rapports, tout mouvement est bon, pourvu qu'il soit semblable dans chaque fluide.

Nous avons déja vu que M. le chevalier de Borda, ayant fait mouvoir circulairement une sphère de 4 pouces 11 lignes de diamètre, entièrement plongée dans l'eau (526), à l'extrémité d'un rayon de 4 pieds, on déduit de cette expérience $m+q=0,55$. Cet Académicien a fait mouvoir de même dans l'air une sphère de $4\frac{1}{2}$ pouces de diamètre, mais située au bout d'un rayon de $3\frac{1}{4}$ pieds seulement. Quoiqu'il ne donne pas dans son mémoire l'intensité de la résistance dans ce dernier cas, il l'indique cependant en disant qu'à une vitesse d'environ 18 pieds, son résultat

excédoit d'un cinquième celui que Newton a trouvé par la chûte des globes dans l'air. Or, nous verrons tout-à-l'heure que les expériences de Newton donnent $m+q=0,5$: ainſi, dans l'expérience de M. de Borda, cette quantité étoit à-peu-près égale à 0,6. Et en ſuppoſant, d'après Newton, la denſité de l'air à celle de l'eau :: 1 : 860, ſi on fait mouvoir deux globes égaux avec la même viteſſe dans les deux fluides, la réſiſtance dans l'eau ſera à celle dans l'air :: $0,55 \times 860 : 0,6 \times 1$ :: 788 : 1. Mais pluſieurs cauſes concourent à rendre ce rapport trop petit : 1°. comme l'obſerve M. de Borda, l'air étoit plus denſe, à cauſe du froid, pendant ſon expérience, que pendant celle de Newton. 2°. La réſiſtance de la ſphère mue dans l'air, eût été moindre ſi elle avoit été à un rayon de 4 pieds comme dans l'eau. 3°. Il y avoit un corps à l'extrémité de chaque bras du volant. Le premier, qui fendoit l'air, obligeoit l'air ambiant à ſe mouvoir en ſens contraire du mouvement général, ce qui devoit augmenter la réſiſtance de l'autre corps, & celui-ci celle du premier. Et cette augmentation devoit être plus ſenſible pour les grandes ſurfaces que pour les petites : de ſorte que tous ces effets étant compenſés, ces expériences prouvent encore que les réſiſtances de l'air & de l'eau ſont proportionnelles à leurs denſités.

550. Le docteur Déſaguilliers, aidé de Newton

entreprit au mois de juillet 1719, quelques expériences sur la chûte des globes dans l'air : elles sont rapportées dans les Principes Mathématiques, liv. 2, prop. 40. Il donna la forme sphérique à des vessies en les soufflant dans un moule, & les fit tomber du plus haut de l'Eglise de S. Paul de Londres, en mesurant exactement le temps que ces corps employoient à parcourir 272 pieds anglois de hauteur. Nous avons calculé, pour chaque expérience, la valeur de $m+q$, en observant de comprendre dans la masse en mouvement, le poids du fluide entraîné par les sphères, & prenant pour la densité de l'air $\frac{1}{860}$ de celle de l'eau, comme Newton l'a supposée. Les données en mesures angloises, & les résultats, sont présentés dans le tableau suivant, calculés de la même manière que nous l'avons déja fait pour la chûte des globes dans l'eau.

	Poids des globes dans l'air.	Diamètre des globes.	Temps de la chute.	Vitesses finales.	Valeurs de $m+q$.
	gra.	po.	″	pi.	
1.	128	5,28	19	14,6	0,4971
2.	156	5,19	17	16,4	0,4976
3.	137 $\frac{1}{2}$	5,30	18 $\frac{1}{2}$	15,0	0,5014
4.	97 $\frac{1}{2}$	5,26	22	12,6	0,5160
5.	99 $\frac{1}{2}$	5,00	21 $\frac{1}{2}$	13,1	0,5344

551. Newton, qui mesuroit lui-même le diamètre des vessies, fait observer que celle de la cinquième expérience étant ridée, son mouvement devoit

être altéré, & la réſiſtance augmentée. Enfin il paroît douter de l'exactitude de cette expérience : nous pouvons donc la négliger, & prendre une réduite ſur les quatre premières. Il en réſulte qu'à une viteſſe de 12 à 13 pieds de roi la valeur de $m+q$ pour la ſphère mue dans l'air, eſt égale à 0,5, comme nous l'avons trouvée dans l'eau pour des viteſſes de 3 à 4 pieds. Il ſuit encore delà, que dans l'air & dans l'eau, quand les viteſſes ſont telles, que les preſſions ſe trouvent dans les limites de leur variation, & tout étant égal d'ailleurs, les réſiſtances ſont exactement proportionnelles aux denſités, puiſqu'il y a égalité de volume entre les colonnes fluides dont les poids expriment les réſiſtances, & que ces poids ne diffèrent que par les denſités des fluides. On ſent bien que des globes de tout autre diamètre auroient donné le même réſultat. Ainſi, les valeurs de $m+q$ étant conſtantes pour toutes les ſphères dans ces petites viteſſes, on voit encore que les réſiſtances ſont proportionnelles aux ſurfaces.

552. La chûte des corps dans des milieux réſiſtans, préſente peut-être le moyen le plus ſimple de déterminer le rapport des réſiſtances, pour toutes ſortes de figures & à toutes viteſſes. Pour s'aſſurer dans l'eau du dernier inſtant de la chûte, il ſuffiroit d'attacher au mobile un fil qui ſe dérouleroit ſur un moulinet très-léger placé à la ſuperficie de l'eau. On auroit encore à cet égard

plus de facilité dans l'air ; & il ne faudroit ni une très-grande surface, ni une hauteur très-considérable pour rendre les temps des chûtes un peu longs, & propres à être observés sans erreur sensible. Pour donner un exemple des effets de ce mouvement, & de la manière de le calculer, nous appliquerons nos principes à la résistance qu'éprouve dans l'air une surface plane & mince, qui se meut directement dans une verticale par l'effet d'un poids.

On demande quelle étendue doit avoir une surface mince & légère, propre à modérer la chûte d'un homme qui tomberoit dans l'air, d'une grande hauteur, pour qu'il ne soit pas blessé par la commotion qui termine la chûte.

553. Si on a recours aux formules que nous avons déja données (315 & 328) pour les mouvemens variés, on verra que, nommant p le poids que conserve le mobile dans le fluide ; P la masse en mouvement, y compris le fluide entraîné ; e l'espace parcouru dans le tems t ; V la vitesse à chaque instant ; D la densité du fluide ; S la surface choquée ; & N le nombre dont le logarithme hyperbolique est égal à $\frac{t}{P}\sqrt{2gp\,SD(m+q)}$, on a les deux équations $V=\sqrt{\frac{2gp}{SD(m+q)}}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)$, & $\frac{2P}{SD(m+q)} \times \text{Log.}\ \frac{N+1}{2\sqrt{N}}$. Pour déterminer la valeur des différentes données, nous prendrons le pied & la livre pour unité de mesure, &

ſuppoſant la denſité de l'air $\frac{1}{811}$ de celle de l'eau, $D=\frac{7}{811}$ de livre, $m+q$ eſt égal à 1,43 pour une ſurface mue dans l'eau avec une viteſſe modérée. Or les réſiſtances diminuant dans l'air ſuivant le rapport des denſités, nous pouvons encore lui conſerver la même valeur. Nous ſuppoſerons le poids d'un homme de 150 livres, & celui de la machine de 30; ainſi on aura $p=180$ livres. Quant à la viteſſe, nous obſerverons qu'un homme peut tomber ſur ſes pieds, ſans ſe bleſſer, d'une hauteur de 6 pieds; & que, dans ce cas, il reçoit la commotion avec une viteſſe capable de lui faire parcourir environ 19 pieds par ſeconde : c'eſt à ce terme que nous fixerons la plus grande viteſſe qu'il puiſſe acquérir dans l'air. Ainſi, au bout d'un temps aſſez long, pour pouvoir conſidérer le facteur $\frac{N-1}{N+1}$ comme égal à l'unité, on aura $S=\frac{2gp}{Dv^2(m+q)}$; ou, d'après les données précédentes, $S=255,45$ pi : de ſorte que ſi cette ſurface étoit circulaire, elle auroit 18 pieds de diamètre.

Pour déterminer les eſpaces parcourus dans l'origine du mouvement, il faut fixer la valeur de P, compoſée de la maſſe en mouvement, qui eſt de 180 livres, en négligeant le poids du fluide déplacé, & de la maſſe du fluide entraîné, qu'il eſt facile de connoître (511), d'après l'étendue de la ſurface choquée. En effet, cette

surface élevée à la puissance $\frac{1}{2}$, & multipliée par 0,705, donne 2873,58 pieds cubes d'air entraîné, qui pèsent 236,6 liv. : ainsi P=180 liv.+236,6 liv.=416,6 liv. D'après cela on trouve, par la seconde équation, que l'espace parcouru au bout de la première seconde, est de 6,06 pl. ; au bout de la deuxième, 20,5 pl. ; de la troisième, 38,2 pl. ; de la quatrième, 56,9 pl. ; de la cinquième, 75,8 pl. ; & 19 pieds de plus pour chaque seconde au-delà : car, après la cinquième seconde, la vitesse acquise n'en diffère que d'environ $\frac{1}{480}$, & seulement de $\frac{1}{1900}$ après la sixième. Ainsi, il ne faut que 4 à 5 secondes de temps, & un espace d'environ 60 pieds, pour rendre le mouvement sensiblement uniforme. Si cependant la chûte se faisoit d'une hauteur considérable, il faudroit, dans la détermination du temps, avoir égard à la moindre densité de l'air supérieur ; mais la vitesse finale resteroit la même.

554. Cet exemple s'appliqueroit naturellement à l'effort du vent contre les voiles d'un vaisseau, si l'impulsion qu'elles reçoivent étoit toujours directe : mais la résistance oblique est soumise à des lois que l'expérience seule peut indiquer.

Fig. 42. Suivant la théorie ordinaire, un prisme dont ABC est la base, recevant sur ses deux faces égales AB, AC, une impulsion perpendiculaire à BC, éprouve un effort double de celui qui

auroit lieu, dans le même ſens, contre chacune de ſes deux faces, ſuppoſées iſolées & conſervant la même obliquité. Mais il n'en peut pas être de même dans la réalité : car, pour que la ſurface iſolée AC éprouvât la même réſiſtance qu'elle éprouve étant jointe à celle AB, il faudroit que la déviation antérieure des filets ſe fît de la même manière, & que la proue formée en avant de AC fût juſtement la moitié de celle du priſme entier : or, il eſt évident que cela ne peut pas être. La déviation en avant de la ſurface ſimple AC, doit commencer entre AD & C; & l'inégalité de preſſion ſur toute la ſurface ſuit un ordre tout différent que dans le premier cas : car alors les preſſions diminuoient de A en C; au lieu que, quand la ſurface eſt iſolée, il doit ſe trouver un point intermédiaire, plus près de A que de C, auquel répond la plus grande preſſion, & vraiſemblablement le centre d'impulſion. De ce point, les preſſions diminuent vers les extrémités, mais beaucoup plus vers la partie poſtérieure C, qui offre au fluide plus de facilité pour s'échapper : enſorte que le centre d'impulſion autour duquel la ſurface tend à tourner, eſt beaucoup plus près de A. La non-preſſion doit auſſi ſe faire ſentir avec plus d'énergie derrière cette partie, & former une poupe fluide auſſi irrégulière que l'eſt la proue. Il n'eſt donc pas probable qu'avec de ſi grandes différences dans le mouvement du fluide, les réſultats, quant à

la réſiſtance puiſſent être les mêmes. Il y a même lieu de croire que la ſomme des réſiſtances des deux ſurfaces obliques iſolées, ſeroit plus grande que celle des ſurfaces réunies angulairement.

.555. Le moyen le plus ſimple de s'en aſſurer, ſeroit d'employer des inſtrumens ſemblables à nos boîtes de fer blanc, en les préſentant ſous diverſes inclinaiſons au choc de l'eau, & en examinant les preſſions & les non-preſſions qui auroient lieu ſur différens points, ainſi que la moyenne ſur toute la ſurface.

On parviendroit peut-être à en déduire une loi relative à quelque fonction des ſinus des angles d'incidence : mais il ne faudroit pas ſe contenter d'éprouver une ſeule ſurface ; il faudroit en aſſembler pluſieurs, aſſez diſtantes entre elles pour ne pas faire l'effet d'une ſeule ſurface, ni de pluſieurs ſurfaces iſolées : car les voiles d'un vaiſſeau ſont à-peu-près dans ce cas ; & il réſulte de leur diſpoſition ordinaire deux effets importans & contraires. Quand deux voiles ſont ſituées dans le même plan, avec un certain intervalle entre elles, inſuffiſant pour donner paſſage à tout le fluide dévié qui y répond, l'impulſion totale eſt plus forte que ſi ces deux voiles étoient parfaitement iſolées ou totalement réunies. Entre ces deux extrêmes, il doit y avoir une meſure d'intervalle qui réponde au plus grand effet, & qui eſt relatif à la grandeur des ſurfaces. Quand au contraire les voiles ſont dans des plans diffé-

rens, & tellement disposées que l'une couvre en partie l'autre de l'action du vent, l'effort total est moindre que la somme des impulsions sur chaque voile isolée.

Une autre considération qui résulte de nos expériences, est qu'une surface foiblement courbée, éprouve un peu plus d'impulsion que si elle étoit parfaitement plane. Nous avons vu que (455) la pression antérieure est augmentée quand le fluide choquant peut pénétrer au-delà du plan idéal formé par les bords de la surface, comme cela arrivoit à l'entonnoir; & on sent bien que la pression vers les bords doit être augmentée par le moins de facilité que le fluide a pour s'échapper. Ainsi il y a un point où une voile un peu courbée, ou enflée par l'effort du vent, communique au vaisseau un effort un peu plus grand, ou du moins égal à celui qu'elle recevroit, si, par une extrême tension, elle devenoit plane & plus étendue.

556. Nous ne faisons qu'indiquer ces différentes recherches, si importantes pour perfectionner la science de la marine. Les épreuves pourroient se faire sur l'eau avec beaucoup de facilité, & s'appliquer ensuite directement à l'air & à l'effet du vent sur les voiles: car tous les calculs qu'on pourroit faire à cet égard, d'après la théorie ordinaire, seront toujours défectueux. Ce n'est qu'après avoir acquis de nouvelles données, puisées dans les nouvelles vues sur la ré-

ſiſtance des fluides, qu'on pourra, avec quelque ſuccès, combiner, de la manière la plus avantageuſe, l'égalité qu'il doit y avoir entre l'effort du vent ſur les voiles, & la réſiſtance que l'eau oppoſe au mouvement du vaiſſeau.

CHAPITRE IV.

Des variations dans l'intenſité de la réſiſtance des fluides, & principalement de l'air, depuis les mouvemens lents, juſqu'aux plus rapides.

557. JUSQU'ICI, nous n'avons conſidéré la réſiſtance des fluides que pour des mouvemens modérés, compris entre certaines limites: mais nous avons remarqué (chap. V, ſect. I.) que les non-preſſions varioient par une cauſe conſtante, & les preſſions dans les petites viteſſes ſeulement. Or, il ſuffit de donner de l'extenſion à ces faits, pour rendre raiſon, de la manière la plus ſatisfaiſante, des variations que différens Auteurs ont trouvées dans la réſiſtance que l'air oppoſe au mouvement des corps, ſuivant qu'il eſt plus ou moins rapide.

558. Le rapport des hauteurs dûes à la preſſion & à la viteſſe, qui ſe trouve conſtant pour des viteſſes d'environ 3 pieds & au-delà dans

l'eau, commence alors à augmenter pour des mouvemens plus lents, ce qui rend la preſſion un peu plus forte à proportion, à meſure que la viteſſe diminue. Cet effet, dû en partie à la viſcoſité de l'eau, eſt auſſi relatif à une autre cauſe que nous n'avons pas encore aſſez développée. Les molécules dirigées vers un corps choqué, ſe dévient d'autant plus, que le fluide ambiant offre moins de réſiſtance, & c'eſt ce qui a lieu dans les mouvemens lents : alors la déviation commence plus près de la ſurface choquée, & la preſſion en eſt augmentée. Par la même cauſe, les filets qui entourent le corps, perdent une plus grande partie de leur viteſſe de tranſlation, & ſe rejoignent plus loin derrière le corps, ce qui diminue la non-preſſion. Si on rapporte cet effet au fluide entraîné, on verra que la poupe fluide étant toujours plus conſidérable que la proue, la première eſt plus augmentée que la ſeconde n'eſt diminuée. C'eſt ce qui fait qu'indépendamment du mouvement circulaire, nous trouvons que le fluide entraîné augmente un peu dans les oſcillations très-lentes.

559. Quand au contraire la viteſſe générale eſt très-conſidérable, le plus ou le moins de réſiſtance du fluide ambiant ne peut influer ſenſiblement ſur la déviation antérieure qui devient conſtante : elle occaſionne ſeulement une augmentation dans la viteſſe des filets qui entourent le corps, & par conſéquent dans la non-preſſion

postérieure. Il résulte delà, que jusqu'à une certaine limite, que nous avons trouvée pour l'eau d'environ 3 pieds, la pression augmentant à proportion, tandis que la non-pression diminue, la résistance totale est sensiblement proportionnelle au quarré de la vitesse: mais au-delà de ce terme, la pression restant constamment dans ce rapport, tandis que les non-pressions augmentent davantage, il s'ensuit que les résistances totales augmentent aussi en plus grand rapport que le quarré des vitesses.

Nous avons déja observé (478) que les non-pressions croissoient de telle manière, qu'on pouvoit les supposer proportionnelles aux logarithmes des rapports entre la vitesse réelle & une vitesse constante: ainsi, la non-pression étant connue pour une vitesse quelconque, on peut la déterminer pour toutes les autres.

560. Tout ceci est également applicable à la résistance de l'air, & doit seulement être relatif à des vitesses plus considérables, à cause de la plus grande mobilité de cet élément: ainsi, quand on fait mouvoir un corps dans l'air, il existe une vitesse pour laquelle la non-pression est nulle. Depuis ce terme, la non-pression augmente, tandis que la pression diminue de moins en moins, jusqu'à un autre terme de vitesse auquel elle devient constante; & c'est entre ces deux limites que la résistance totale est sensiblement proportionnelle au quarré des vitesses. Au-delà, elle

augmente continuellement par l'accroiſſement conſtant de la non-preſſion, du moins juſqu'à une certaine limite que nous déterminerons, après avoir examiné comment l'expérience vérifie ce que nous venons d'avancer.

561. Sans nous aſſujettir à ſuivre l'ordre de nos recherches, nous indiquerons d'abord la valeur de la réſiſtance, & nous en comparerons les réſultats avec ceux des expériences dont nous l'avons tirée. Déſignant donc toujours par m & par q les mêmes quantités que nous avons employées pour l'eau (475), nous nommerons de plus v la viteſſe à laquelle la non-preſſion devient nulle : ainſi q eſt proportionnel à $\text{L.}\frac{v}{v}$, & égal à $\frac{\text{L.}\frac{V}{v}}{K}$, en nommant K un nombre conſtant, que l'expérience même doit indiquer. Celles dont nous nous ſommes ſervis ne ſont faites que ſur des globes : auſſi avons-nous aſſujetti la formule à cette eſpèce de corps. Mais comme on connoît le rapport de la réſiſtance de la ſphère à celle de la ſurface plane & directe de ſon grand cercle, & le rapport de celle-ci aux différens corps priſmatiques, on peut de même la conclure pour tous ces corps.

Les valeurs de m & de q étant 1 & 0,43 pour une ſurface mince mue dans l'eau, avec une viteſſe de 3 pieds par ſeconde, & celle de $m+q$ étant égale à 0,5 pour une ſphère, on peut con-

clure que la preſſion & la non-preſſion étant dans le même rapport que pour la ſurface mince, on a $m=0{,}35$ & $q=0{,}15$ pour la ſphère. Or il paroît qu'on ne peut avoir $m+q=0{,}5$ dans l'air, que pour des viteſſes d'environ 23 pieds, & au deſſous. C'eſt le terme auquel la preſſion ne diminue plus ſenſiblement; & on a toujours au-delà $m=0{,}35$, tandis que la non-preſſion augmente : à ce point on a $q=0{,}15$. Mais comme cette quantité diminue pour de moindres viteſſes, elle paroît devenir nulle à une viteſſe d'environ 10 pieds : de ſorte qu'on a $v=10$ pieds. Mais le logarithme de $\frac{23}{10}$ pris dans les tables, étant à-peu-près 0,36, ſi on le diviſe par 0,15, on a pour quotient $K=2{,}4$: ainſi $m+q$ étant ſenſiblement égal à 0,5 pour des globes mus dans l'air, avec des viteſſes de 23 pieds au plus, devient égal à $0{,}35+\frac{\text{L.}\frac{v}{10}}{2{,}4}$, pour des viteſſes plus conſidérables, du moins juſqu'au terme auquel la non-preſſion ne peut plus augmenter. On ſent bien que, ſi on prenoit le pouce pour unité dans cette formule, il faudroit diviſer la viteſſe réelle par 120 pouces, au lieu de 10 pieds.

562. Les expériences ſur la réſiſtance de l'air ne ſont pas en grand nombre; c'eſt ce qui nous oblige d'emprunter des Anglois toutes les comparaiſons que nous pouvons faire à cet égard. On a vu dans le chapitre précedent, les expériences du docteur Deſaguilliers, pour des viteſſes de

de 12 à 15 pieds. Ce n'étoit en quelque sorte qu'une répétition de celles que Newton avoit entreprises quelques années auparavant, dans le même local, en faisant tomber des globes de verre de la hauteur de 220 pieds anglois. Nous avons calculé celles-ci de la même manière que les autres, comme on le voit dans le tableau suivant. Les vitesses finales, qui sont sensiblement celles avec lesquelles le corps parcourt presque toute la hauteur, sont exprimées en pieds de Roi, pour les rendre comparables à notre formule, parce qu'étant toutes au-delà de 23 pieds, elles occasionnent une augmentation de non-pression, qui n'est pas compensée par la pression qui reste alors constante.

	Poids des globes dans l'air.	Diamètre des globes.	Temps de la chute.	Vitesses finales.	Valeurs de $m+g$.
	gra.	po.	"	pi.	
1.	510	5,1	8,2	27,4	0,5334
2.	642	5,2	7,7	29,5	0,5143
3.	599	5,1	7,7	29,5	0,5376
4.	515	5,0	7,95	28,4	0,5192
5.	483	5,0	8,2	27,4	0,5243
6.	641	5,2	7,7	29,5	0,5534

563. Ces expériences indiquent clairement une augmentation de résistance. Nous avons remarqué dans la quatrième une erreur assez sensible pour pouvoir la rejeter. En effet, si on compare la première à la troisième, on voit

qu'une augmentation de 89 grains dans le poids du globe, fait diminuer le temps d'une demi-seconde ; & ſi on compare la cinquième à la quatrième, où les diamètres ſont auſſi égaux, on verra, par la formule du mouvement varié, que la différence de 32 grains ne peut pas diminuer le temps d'un quart de ſeconde. Ainſi, dans la quatrième, il devoit être d'un peu plus de 8 ſecondes ; ce qui donneroit une viteſſe moindre, & une plus grande valeur à $m+q$: alors cette expérience ſuivroit la même loi que les autres. Il paroît d'ailleurs, par le texte même de Newton, que, malgré toute la précaution qu'il a tâché de mettre dans les réſultats, il ne pouvoit répondre du temps qu'à $\frac{1}{10}$ de ſeconde près tout au moins.

Si on prend une réduite entre la première & la cinquième expériences, on aura, pour une viteſſe de $27{,}4^{\text{pi.}}$, $m+q=0{,}529$. La réduite entre les 2e, 3e & 6e, donne, pour une viteſſe de $29{,}5^{\text{pi.}}$, $m+q=0{,}546$. Ces mêmes valeurs, cherchées par la formule $m+q=0{,}35+\frac{\text{L.}\frac{V}{10}}{2{,}4}$, ſont de 0,532 & 0,546.

564. Nous ne connoiſſons d'autres expériences un peu ſuivies ſur la réſiſtance de l'air, dans les mouvemens rapides, que celles qui ont été faites en Angleterre par M. Robins, & qui ſont rapportées dans un ouvrage qui a paru depuis peu

en françois *, avec des remarques très-importantes de M. Euler. On peut, à cet égard, consulter le chap. II, prop. 2e, & la première remarque qui suit. M. Robins, ayant une méthode pour estimer la viteſſe d'une balle qui sort d'un canon, tira trois balles de $\frac{3}{4}$ de pouce anglois de diamètre, & du poids de $\frac{1}{12}$ de livre **, *avoir du poids*, au dessus d'une eau dormante, de manière à pouvoir observer le point de leur chûte dans l'eau, & le temps employé à faire ce trajet depuis la sortie du canon. La viteſſe initiale de chacune de ces balles étoit de 400 pieds anglois par seconde; & on a pu les considérer comme se mouvant en ligne droite. La première balle a parcouru 939 pieds en $4'' \frac{1}{4}$; la seconde, 957 pieds en $4''$; & la troisième, 1119 pieds en $5'' \frac{1}{2}$. Avec des temps aussi courts, & quelque incertitude sur la viteſſe initiale, on ne doit pas s'attendre à une grande precision. Aussi, d'après les calculs de M. Robins, & encore mieux de M. Euler, il résulte que, dans ces trois cas, on avoit $m+q=0{,}940$ pour la première balle, avec une viteſſe d'environ 220

* Nouveaux Principes d'Artillerie de M. Benjamin Robins, commentés par M. Léonard Euler; traduits de l'allemand, avec des notes, par M. Lombard, professeur royal aux Ecoles d'Artillerie à Auxonne, 1783.

** Cette livre, qui se divise en 16 onces, vaut 14 onces & 241 grains poids de troy, ou 14 onces 6 gros & 42 grains poids de marc, suivant les mesures de M. du Tillet.

pieds ; $m+q=0,802$ pour la seconde, avec une vitesse de 239 pieds ; & pour la troisième, $m+q=1,005$, avec une vitesse de 203 pieds : la densité de l'air étant supposée $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau.

Ces expériences suivent précisément le contraire de l'ordre naturel, & les résistances décroissent quand les vitesses augmentent ; néanmoins, en compensant les erreurs par une réduite, on peut conclure que, pour une vitesse de 208 pieds de roi, la résistance qu'une sphère éprouve dans l'air est telle, qu'on a à-peu-près $m+q=0,916$; & suivant la formule, elle devroit être de 0,899.

Le moyen que M. Robins a imaginé pour estimer les vitesses initiales des boulets, & leur dégradation à différentes distances de la pièce, est très-ingénieux, quoique sujet en général à bien des erreurs : il consiste à recevoir l'impulsion d'un boulet, ou plutôt d'une balle (car ses expériences sont faites en petit) contre un pendule de fer recouvert en bois, & à mesurer, par le moyen d'un ruban fixé au pendule, la corde de l'arc que cette impulsion lui fait décrire. Connoissant l'écartement du pendule, ainsi que son poids & ses dimensions, l'Auteur en déduit la vitesse de percussion, par une méthode assez simple, mais qui devient compliquée quand on a égard, comme le fait M. Euler, à toutes les circonstances dont l'effet peut se rendre sensible. La différence des deux résultats n'est cependant

pas considérable ; & on peut la négliger, sur-tout pour des expériences peu susceptibles d'une grande précision. C'est ainsi que M. Robins s'est assuré qu'une balle qui avoit en partant 1670 pieds de vîtesse horizontalement, n'en avoit plus que 1550 après avoir parcouru 50 pieds, & seulement 1425 après un espace parcouru de 100 pieds. On voit, par une troisième expérience, qu'une balle, ayant 1690 pieds de vitesse initiale, n'en avoit plus que 1300, après avoir parcouru 175 pieds.

565. D'après ces données, & supposant les résistances comme le quarré des vitesses, il est aisé de conclure, par des méthodes connues, l'intensité de la résistance, ou les valeurs de $m+q$. En suivant les calculs de M. Euler, nous les avons trouvées, pour ces trois expériences, de 1,17, 1,24, & 1,295 : mais les résistances n'étant pas ici dans ce rapport, ces valeurs ne conviennent ni aux vitesses initiales, ni aux vitesses finales, & sont plutôt relatives à des moyennes entre les extrêmes ; c'est-à-dire, à des vitesses de 1610, 1547 & 1495 pieds anglois, ou de 1510, 1450 & 1402 pieds de roi. Les résultats sont encore en raison inverse de la loi observée jusqu'à présent ; mais cette irrégularité n'est qu'apparente, & elle confirme singulièrement nos idées sur la variation de la résistance dans les grandes vitesses : variation qui ne peut provenir que de la non-pression ; & c'est ce que nous allons développer

plus particulièrement, avant de comparer ces résultats avec ceux de notre théorie.

566. L'effort que l'air exerce en tout sens sur un corps en repos, une sphère, par exemple, peut être évalué constamment, sauf les variations de l'atmosphère, égal au poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour base le grand cercle de la sphère, & 32 pieds de hauteur; ou bien, en supposant la densité de l'air $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau, au poids d'une colonne d'air de même base, & de 27200 pieds de hauteur. Lorsque le corps vient à se mouvoir, la non-pression diminue cet effort de plus en plus à la partie postérieure, à mesure que la vitesse du mobile augmente : alors l'air contenu dans la poupe fluide est entraîné par le fluide ambiant; ce qui fait diminuer sa densité & son effort sur la partie postérieure du corps, jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre sa pression & celle du fluide ambiant, qui est diminuée par sa vitesse. La différence entre l'effort naturel que l'air exerceroit sur le corps s'il étoit en repos, & celui qu'il exerce réellement, forme cette augmentation de résistance que nous avons désignée sous le nom de non-pression. Or, quand l'effet de la non-pression est parvenu, par un certain degré de vitesse, à égaler l'effort naturel de l'air, la poupe doit être entièrement vide, & le défaut de pression est parvenu à son plus haut degré : alors, quelque augmentation que puisse recevoir la vitesse du

mobile, la non-preſſion reſte conſtante, & la réſiſtance totale eſt compoſée de la preſſion antérieure, toujours repréſentée par 0,35 fois la hauteur dûe à la viteſſe du mobile, & de tout l'effort dont l'air eſt capable, qui eſt repréſentée par la hauteur conſtante de 27200 pieds.

567. La non-preſſion n'étant pas la même pour des corps différens, la viteſſe à laquelle la poupe devient vide dépend de leur figure ; & pour produire cet effet avec des ſphères, il faut une viteſſe de 1359 pieds. En effet, ſi on calcule par la formule la valeur de q pour cette viteſſe, on la trouvera de 0,8887 ; c'eſt-à-dire, que l'effort de la non-preſſion eſt repréſenté par 0,8887 fois la hauteur dûe à la viteſſe de 1359 pieds, ou par la hauteur de 27200 pieds, & qu'il eſt par conſéquent égal au plus grand effort de l'air dans ſon état naturel. C'eſt à cette limite que la formule n'indique plus la valeur de la non-preſſion, parce que celle-ci devient conſtante. Néanmoins, pour exprimer depuis ce terme la valeur de q, ou le rapport entre les hauteurs dûes à la non-preſſion & à la viteſſe, ſoient h la hauteur dûe à l'effort de l'air, ou 27200 pieds, H celle qui eſt dûe à la viteſſe réelle, v & V les viteſſes relatives à ces hauteurs ; la hauteur h qui exprime celle de la non-preſſion, peut être auſſi repréſentée par $\frac{h}{H}$, ou par qH, ſi on fait $q=\frac{h}{H}=\frac{v^2}{V^2}$: mais la viteſſe dûe à la

hauteur de 27200 pieds, étant de 1281 pieds, on aura en général $m+q=0{,}35+\left(\frac{1281}{v}\right)^2$; & telle eſt, pour ces grandes viteſſes, la quantité par laquelle il faut multiplier la hauteur dûe à la viteſſe reelle, pour avoir celle de la colonne fluide dont le poids exprime la réſiſtance totale.

568. Si on applique ceci aux trois dernières expériences de M. Robins, on trouvera pour les trois viteſſes de 1510, 1450 & 1402 pieds, $m+q=1{,}07$; 1,13 & 1,185 ; réſultats qui ſuivent le même ordre que ceux de l'expérience, mais qui ſont tous plus foibles d'un douzième : ce qui n'eſt pas etonnant. En effet, outre les erreurs qui ont pu ſe gliſſer dans ces expériences, il eſt probable, comme le remarque très-bien le traducteur, que des balles de plomb, chaſſées d'un canon avec une telle force, doivent s'alonger un peu, & acquérir par-là un mouvement de rotation qui ne peut qu'augmenter la réſiſtance.

Puiſque la valeur de q diminue pour les viteſſes qui excèdent 1359 pieds, il s'enſuit que c'eſt à ce terme que la reſiſtance qu'éprouve une ſphère eſt la plus forte poſſible, à proportion du quarré de la viteſſe : alors $m+q=1{,}2387$, & la hauteur dûe à la réſiſtance eſt preſque les $\frac{1}{4}$ de celle qui eſt dûe à la viteſſe. Pour une viteſſe de 2000 pieds, $m+q=0{,}76$; pour 2500 pieds, 0,6087 ; pour 3000 pieds, 0,53 ; & enfin, pour une viteſſe de 3300 pieds, $m+q=0{,}5$, comme

dans les mouvemens lents. Au-delà de ce terme, cette valeur diminueroit encore, sans jamais se réduire à 0,35 que pour des vitesses infinies.

569. La non-pression pour une surface mince, ou pour des prismes peu alongés, étant plus considérable que derrière la sphère, doit devenir constante à une moindre vitesse : par exemple, cette limite pour la surface mince, répond à une vitesse de 845 pieds. En effet, la valeur de q pour la sphère, seroit de 0,8028 ; elle devient donc $0{,}8028 \times 2{,}86 = 2{,}2961$, pour la surface mince. Et si on multiplie la hauteur dûe à cette vitesse par cette valeur de q, on aura une hauteur de non-pression sensiblement égale à celle qui exprime l'effort de l'air contre le corps : alors il se forme une poupe vide derrière la surface plane ; & le rapport de sa résistance au quarré de la vitesse qui est à son maximum, diminue à mesure que celle-ci augmente. La quantité m étant égale à l'unité, pour la surface mince, le maximum de $m+q$ est 3,296 ; cette valeur se réduit à 2,00 pour une vitesse de 1281 pieds, & à 1,8887 pour celle de 1359 relative à la plus grande résistance de la sphère. A cette dernière vitesse, le rapport entre les résistances de la surface mince & de la sphère, qui varie depuis la vitesse de 845 pieds, se trouve à son minimum, & devient :: 1,8887 : 1,2387 : ou :: 61, 40. C'est en suivant la même marche qu'on parviendroit à déterminer la résistance pour

les différens corps prismatiques, & pour tous ceux dont on connoît le rapport de résistance avec celle de la sphère.

Ce que nous venons de dire des mouvemens rapides dans l'air, s'applique également à ceux qu'on pourroit imprimer aux corps entièrement plongés dans l'eau, avec cette différence que la vitesse à laquelle la poupe devient vide, dépend de l'enfoncement du corps dans l'eau. Cet effet a lieu en général, quand la hauteur dûe à la non-pression est égale à la profondeur du corps au dessous du niveau de l'eau, plus la hauteur du même fluide qui représente la pression de l'atmosphère.

570. Nous avons été entraînés à toutes ces conséquences, sans cependant être persuadés que cette théorie sur les mouvemens rapides soit assez confirmée par quelques expériences isolées. Nous la proposons avec le doute qui doit accompagner l'explication des effets naturels entrevus; c'est à l'artillerie, pour laquelle ces connoissances sont importantes, à examiner & rectifier nos résultats: mais une donnée, dont il est essentiel de s'assurer d'abord, est la vitesse initiale des boulets d'un gros calibre. Les recherches de M. Robins à cet égard, & celles qui ont été faites d'après lui à Woolwich * par M. Hutton, pourroient

* Voyez la fin de la traduction de l'ouvrage de M. Robins, ou les Transactions Philosophiques, pour l'année 1778.

peut-être induire en de grandes erreurs, ſi on concluoit du petit au grand. Cette connoiſſance eſt cependant indiſpenſable pour profiter des recherches de différens Géomètres ſur les portées des boulets dans l'air, & pour en conclure l'intenſité de la réſiſtance.

CHAPITRE V.

Conſidérations ſur quelques objets relatifs à la réſiſtance des fluides : concluſion de cet Ouvrage.

571. SI nous voulions examiner toutes les applications utiles qu'on pourroit faire des principes répandus dans cette dernière partie de notre Ouvrage, ſur la réſiſtance des fluides, il y auroit matière à faire un nouvel Ouvrage auſſi étendu que celui-ci ; mais il faut convenir que ce ſeroit une entrepriſe prématurée : car, ſi l'on juge que nous ayons entièrement détruit l'édifice de l'ancienne théorie qui tomboit déja en ruine, on jugera peut-être auſſi qu'il n'y a pas encore aſſez de matériaux pour en conſtruire un nouveau ſur des fondemens aſſez fixes. Il eſt vrai que nous avons ſubſtitué quelques vérités bien conſtatées à des erreurs que leur ancienneté, & le nom de leurs Auteurs, rendoit preſque reſpectables ;

& nous avons entrevu des effets généraux liés aux principes naturels fondés sur l'expérience. Mais c'eſt au temps & au génie obſervateur, à trouver la chaîne des vérités, & à développer toutes leurs applications. Nous allons en examiner ici quelques-unes priſes au haſard, pour ainſi dire, parmi toutes celles qui ſe préſentent.

Uſage d'un tube recourbé, pour meſurer la viteſſe des eaux courantes.

572. Tout le monde ſait que c'eſt à M. Pitot qu'on doit l'ingénieuſe invention d'un inſtrument très-ſimple propre à meſurer la viteſſe des rivières à différentes profondeurs. Suivant la deſcription conſignée par l'Auteur dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour l'année 1753, cet inſtrument eſt compoſé d'une tringle graduée, formant un priſme triangulaire, dont l'arête doit toujours être préſentée directement au courant. Sur la face poſtérieure ſont fixés deux tubes de verre parallèles, ouverts par les deux bouts; l'un d'eux eſt recourbé à ſon extrémité inférieure qui ſe préſente horizontalement au courant, après avoir traverſé la tringle dans ſa plus grande épaiſſeur, & abouti en avant de l'arête antérieure: l'inſtrument eſt alors ſuppoſé plongé verticalement. L'autre tube, dont l'extrémité eſt auſſi plongée, eſt droit, & ſert à indiquer le niveau général de la ſuperficie du

courant. Ainſi, l'eau s'élève dans le tube recourbé à proportion de la viteſſe; & la différence des hauteurs où elle ſe fixe dans les deux tubes, indique, ſelon M. Pitot, & ſuivant la théorie ordinaire, la hauteur dûe à la viteſſe du courant.

573. Mais il eſt vérifié par nos expériences, qu'un tel réſultat n'eſt pas exact, & qu'il ſeroit tout-au-plus dû au haſard. En général, cet inſtrument ne ſeroit propre qu'à indiquer le rapport des différentes viteſſes; & M. Pitot en a très-bien conclu que, dans un courant réglé, elles vont toujours en diminuant de la ſurface au fond.

Mais il eſt aiſé, d'après nos expériences, de ſimplifier cet inſtrument, & de le rendre d'un uſage plus général, pour connoître les viteſſes réelles d'une rivière en un lieu quelconque de ſa ſection. On peut ſubſtituer au tube de verre un ſimple tube de fer blanc, aſſez gros pour y introduire un flotteur qui indiquera l'élévation de l'eau avec plus de préciſion, que quand on l'obſerve à travers le verre. Son extremité inférieure recourbée ſeroit terminée par une ſurface plane, percée d'un petit orifice au centre; ce qui diminueroit beaucoup les oſcillations de la colonne élevée. Alors, en prenant les $\frac{2}{3}$ de l'élévation de l'eau dans le tube au deſſus du niveau du courant, on auroit plus exactement la hauteur dûe à la viteſſe du courant, pour la profondeur où ſeroit l'inſtrument.

574. Si, au lieu de tenir l'inſtrument immobile dans un courant, on le faiſoit mouvoir dans l'eau ſtagnante, les réſultats ſeroient bien différens, & l'élévation de l'eau dans le tube indiqueroit ſenſiblement celle qui eſt dûe à la viteſſe, ſur-tout ſi cette viteſſe excédoit 3 ou 4 pieds par ſeconde, comme nous l'avons prouvé par nos expériences. Ceci s'accorde parfaitement avec celle que rapporte M. Pitot dans le mémoire qu'on vient de citer. Pour faire une application de ſon inſtrument à la meſure du ſillage des vaiſſeaux, il l'adapta à un bateau qui remontoit la Seine à la voile, entre Poiſſy & le confluent de l'Oiſe; le vent étoit fort, & donnoit irrégulièrement ſur le bateau. Auſſi, les élévations de l'eau furent variables depuis 18 pouces juſqu'à 24; & on peut s'en tenir à-peu-près à une réduite de 21 pouces. Le bateau parcourut 2300 toiſes en 30 minutes, ce qui donne une viteſſe moyenne de 92 pouces par ſeconde; mais la viteſſe de la rivière dans le ſens contraire, ayant été eſtimée alors de 30 pouces, la preſſion étoit relative à la ſomme des deux, ou à une viteſſe de 122 pouces, dont la hauteur dûe eſt 20,5.

575. Quoique cette expérience ne puiſſe pas être très-exacte, elle s'accorde, d'une manière ſingulière, avec nos réſultats; & elle nous donnera occaſion d'obſerver quelles doivent être les

preſſions quand le corps & le fluide ſe meuvent en ſens contraire. Il y a apparence que le deuxième tube droit ne ſut d'aucun uſage dans cette expérience, parce qu'avec une auſſi grande viteſſe, l'eau s'y ſeroit tenue viſiblement au deſſous du niveau général : auſſi M. Pitot n'en parle pas. N'ayant donc égard qu'à la preſſion antérieure, ſa hauteur doit excéder un peu celle qui eſt dûe à la ſomme des deux viteſſes ; & la valeur de m doit être entre 1 & $\frac{3}{2}$, de manière qu'en nommant H la hauteur dûe à la viteſſe du mobile, h celle qui eſt relative à la viteſſe du fluide, on ait la proportion ſuivante, $H+h : H+\frac{3h}{2} :: 1 : m$; d'où l'on tire en général $m=\frac{H+\frac{3}{2}h}{H+h}$, formule qui eſt exacte pour toutes les viteſſes, quand le fluide ne communique au dedans du tube que par un petit orifice percé au centre de la platine qui ferme ſon extrémité, mais qui ne convient qu'à des viteſſes modérées de 2 à 4 pieds, lorſque le bout inférieur eſt entièrement ouvert. Ce n'eſt que pour de petites viteſſes que la hauteur dûe à la preſſion ſur une ſurface fluide immobile, eſt ſenſiblement égale à celle qui a lieu au centre d'une ſurface ſolide ou à $\frac{3h}{2}$; au lieu que, pour des mouvemens rapides, elle ſe réduit à la hauteur moyenne de preſſion ſur toute l'étendue de cette dernière, ou à $h \times 1{,}186$, comme on peut s'en convaincre

en se rappelant ce que nous avons observé à cet égard d'après l'expérience. Si donc on corrige le premier résultat que nous avons obtenu, on aura, pour l'élévation de l'eau dans le tube, eu égard aux deux mouvemens, $21{,}5^{po.}$ en prenant $\frac{3}{4}h$, ou 20,87, en se servant de $h \times 1{,}186$, comme la rapidité du mouvement semble l'exiger.

On peut combiner d'une manière semblable les hauteurs de non-pression, & calculer ce qu'elles doivent devenir, ainsi que celles de pression, quand le mobile & le fluide se meuvent dans le même sens avec des vitesses différentes.

De la résistance que les canaux étroits opposent au mouvement des bateaux.

576. Les difficultés croissent avec le nombre des circonstances qui concourent à modifier la résistance, & qui compliquent les résultats. Quand même on connoîtroit, pour tous les cas, la résistance d'un fluide indefini, on n'en pourroit pas conclure celle qui a lieu dans des canaux étroits, à moins de consulter l'expérience sur les effets relatifs du rétrécissement du lit. L'expérience seule peut montrer le point où un canal se trouve precisement assez large & assez profond pour qu'un corps flottant s'y meuve sensiblement comme dans un fluide indefini & apprendre comment augmente sa résistance depuis ce point, jusqu'à ce que sa section égale celle

celle du canal. C'eſt dans cette vue que les Savans académiciens, dont nous avons cité pluſieurs fois le travail, firent avec beaucoup de ſoin, à l'Ecole Militaire, des expériences variées ſur le mouvement d'un bateau dans un canal étroit, ouvert par les deux bouts. Ils remarquèrent qu'une partie du fluide pouſſé par le corps, fuyoit en avant de lui ; & une autre s'écouloit en ſens contraire entre les parois du canal & du bateau. Ces deux effets ſont produits à-la-fois, par le remou qui ſe forme en avant du corps, & qui eſt d'autant plus conſidérable, que la ſection du bateau fait une plus grande partie de celle du canal. Il ſe règle toujours de manière que la pente qu'il occaſionne à la ſurface de l'eau antérieure, & la charge qu'il produit ſur les côtés & le deſſous du corps, puiſſent faire écouler toute l'eau que le mobile déplace à chaque inſtant. Ainſi, dans un fluide indéfini, on dans un canal aſſez grand pour en faire l'effet, le remou ramène tout le fluide déplacé derrière le corps. Si au contraire le corps a même ſection que le canal, & qu'il en rempliſſe toute la capacité, l'eau s'élève en avant juſqu'à ce qu'il y ait aſſez de pente pour procurer au fluide antérieur une viteſſe moyenne égale à celle du bateau : voilà les deux extrêmes. Dans le dernier cas, il ſeroit très-important de connoître l'élévation du remou, parce qu'elle fixeroit la limite de la plus grande reſiſtance.

577. La totalité de l'eau refoulée par l'avant

du bateau, n'ayant pas la liberté de repaſſer à l'arrière, il tend à s'y former un vide, qui cependant n'eſt jamais complet, parce que l'eau poſtérieure acquiert, par l'abaiſſement qui a lieu derrière le corps, une pente plus ou moins conſidérable, pour s'écouler vers le bateau qu'elle ſuit. Mais cet abaiſſement lui-même, combiné avec le remou antérieur, occaſionne une augmentation de preſſion, & par conſéquent de réſiſtance.

Ces deux données paroiſſent croître comme le quarré des viteſſes; mais elles ſe combinent avec le rapport de la ſection du canal à celle du corps, & avec la pente que doit prendre le bateau, pour ſuivre à-peu-près celle de l'eau qui s'écoule par les côtés. L'effort qu'il fait pour deſcendre en ſens contraire de ſon mouvement, & qu'il faut contrebalancer, eſt ce que nous avons appelé force rétrograde, laquelle n'a pas lieu ſenſiblement quand le corps ſe meut dans un fluide indéfini en repos. A ces trois cauſes de réſiſtance on doit ajouter le frottement de l'eau contre les parois du bateau & du canal, qui augmente d'autant plus le remou que les paſſages latéraux ſont plus étroits.

578. Telles ſont les principales circonſtances auxquelles il faudroit avoir égard pour réſoudre la queſtion avec exactitude; & elles ſont très-difficiles à obſerver. Mais en ne conſidérant que l'enſemble de tous ces effets, & obſervant

que les vraies variables du problême ſont les viteſſes, & le rapport des ſections du canal & du corps, nous avons cherché, par la combinaiſon des expériences faites à l'Ecole Militaire, quelle pourroit être la loi d'approximation qui, ſans être très-exacte, pût guider la pratique, & empêcher de tomber dans des erreurs de conſéquence. Nous en avons en effet déduit une règle aſſez exacte que nous allons comparer avec les expériences, dont nous ne rapporterons que les données indiſpenſables qui conſtatent la loi obſervée. On peut du reſte avoir recours à l'ouvrage qui contient tous les détails, ſi on veut approfondir davantage cette matière.

579. Les réſiſtances qu'éprouvent un corps flottant, tant dans un fluide indéfini, que dans des canaux étroits, ſont à-peu-près proportionnelles aux quarrés des viteſſes, quoiqu'elles augmentent un peu avec ces dernières : mais, dans les limites ordinaires des viteſſes des bateaux mus dans des canaux étroits, qu'on peut eſtimer de 15 à 30 pouces par ſeconde, la réſiſtance ſuit ſenſiblement le quarré des viteſſes, & elle ne varie d'ailleurs que par la ſection du corps & celle du canal. Comme on peut toujours eſtimer à-peu-près la réſiſtance ſur le fluide indéfini, nous la ſuppoſons toujours exprimée par l'unité, & nous examinons, comme ont fait les Auteurs des expériences, le rapport de cette réſiſtance avec celle qui a lieu dans les

canaux étroits, & que nous désignerons par R.

Il sembleroit d'abord que la résistance devroit aussi dépendre de la figure de la section du canal, & de celle de la section du corps; mais l'expérience montre assez qu'on peut, sans grande erreur, éviter cette complication, & comparer seulement R à $\frac{C}{b}$, en nommant C la section du canal, & b celle du bateau. On sent d'abord que la résistance doit toujours augmenter à mesure que $\frac{C}{b}$ diminue; & nous avons commencé à essayer si on n'auroit pas l'équation $R=\frac{K}{\frac{C}{b}}$, en nommant K un nombre constant donné par l'expérience. Mais nous n'avons trouvé ce nombre tel, qu'en augmentant toujours de deux unités le rapport de $\frac{C}{b}$: alors le produit $R\left(\frac{C}{b}+2\right)$ devient sensiblement constant; & en prenant une réduite sur plusieurs expériences, on trouve $K=8{,}46$, ou bien $R=\frac{K}{\frac{C}{b}+2}=\frac{8{,}46}{\frac{C}{b}+2}$.

580. Pour comparer ce résultat à ceux de l'expérience, nous observerons qu'on a fait mouvoir dans un canal étroit cinq sortes de bateaux prismatiques, de plusieurs pieds de longueur, terminés en avant, & presque tous en arrière, par une surface plane & directe. La partie plongée de ces bateaux, lorsqu'ils étoient en repos, étoit un rectangle d'un pied de base sur un pied

de hauteur, pour le bateau désigné par n° 1, de 2 pieds sur 1 pied pour le n°. 2, de 19 pouces 8 lignes sur 12 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$ pour les n°s. 4 & 5, qui ne diffèrent que par leur longueur. Nous prendrons indifféremment ces deux bateaux l'un pour l'autre, parce qu'il paroît que, dans les canaux étroits, la longueur influe peu sur la réſiſtance, quoique les plus longs en eſſuient toujours un peu moins que les autres. Quant au bateau n°. 6, ſa ſection reſſemble aſſez à la plus grande coupe d'un vaiſſeau, & nous avons eſtimé l'étendue de ſa partie plongée d'environ 190 pouces quarrés de ſurface.

Tous ces bateaux avoient été mus précédemment dans un fluide indéfini; de ſorte qu'on a pu comparer les réſiſtances à même viteſſe dans les deux cas, & en déduire la valeur de R. Nous les avons calculées de même par la formule précédente; l'eau contenue dans un canal rectangulaire avoit 15 pouces 2 lignes de profondeur, ſur 28 $\frac{1}{2}$ pouces de largeur pour les quatre premières expériences; dans les quatre autres, la largeur étoit de 40 pouces. Les ſections du canal & du bateau, ou les valeurs de C & de *b* ſont toujours priſes avant le mouvement ou ſans remou. Les n^os^. des expériences ſont relatifs à celles qui ont été faites dans le canal étroit.

Nos. des expér.	Nos. des bateaux	RAPPORT des sections, ou valeur de $\frac{C}{f}$.	VALEURS de R, suivant l'expér.	VALEURS de R, suivant la formule.
2.	1.	3,00	1,66	1,69
7.	2.	1,50	2,50	2,41
11.	4 & 5.	1,76	2,25	2,25
19.	6.	2,275	1,94	1,97
22.	1.	4,282	1,33	1,36
26.	2.	2,106	2,11	2,05
30.	4 & 5.	2,476	1,90	1,89
33.	6.	3,192	1,62	1,62

581. On voit par cette comparaison que les résultats de la formule sont suffisamment exacts pour les appliquer à la pratique, & que la résistance n'augmente pas très-rapidement à mesure que le canal se rétrécit, parce que son augmentation dépend principalement de la quantité d'eau refoulée en avant. Or ces quantités diffèrent de moins en moins, quand le bateau est fort étendu en comparaison du canal.

Ainsi, quand les deux sections sont égales, & que toute l'eau est refoulée, on a $\frac{C}{f}=1$; & le remou nécessaire pour produire la pente capable de mouvoir l'eau en avant se règle de telle manière, qu'on a $R=\frac{8+6}{3}=2{,}82$, ce qui ne répugne point à la septième expérience, & prouve que, dans ce cas, la résistance n'est pas aussi augmentée qu'on pourroit d'abord le croire.

582. En donnant de l'extenſion à la formule, on voit que, quand $\frac{c}{s} = 6,46$, on a $R = 1$; c'eſt-à-dire, que la réſiſtance qu'éprouve un corps flottant dans un canal dont la ſection eſt environ ſix fois & demi celle du corps, eſt la même que s'il étoit mu dans un fluide indéfini, & que telle eſt la limite de l'eſpace dans lequel le mouvement d'un corps flottant ſe communique au fluide qui l'entoure. Mais cette étendue ne paroît devoir être ſemblable à la ſection du corps que quand il eſt entièrement plongé; & dans ce cas, les côtés homologues du corps & du volume fluide dans lequel le mouvement eſt communiqué, ſont :: $\sqrt{6,46} : 1$, ou comme $2\frac{1}{2}$, eſt à 1 à peu près. Quand le corps eſt flottant, ce rapport ne peut pas avoir lieu exactement, parce que la plus grande partie du fluide s'échappant vers la ſurface, le mouvement doit s'y faire ſentir ſur une plus grande étendue que dans toute autre partie. La ſuite des expériences dont nous nous occupons, indique que la largeur du canal ne peut être cenſée indéfinie que quand elle égale quatre fois & demi celle du corps priſmatique. Ainſi un corps ſe mouvant dans un canal plus large, ſe trouve dans le même cas que s'il étoit renfermé dans un canal qui n'eût que $4\frac{1}{2}$ fois ſa largeur; & l'excédent doit être négligé: c'eſt ce qu'on peut vérifier par d'autres expériences.

583. Dans les 36e & 39e expériences, les bateaux n°. 1 & n°. 2, ont été mus dans un canal qui avoit 75 pouces de largeur sur 15 $\frac{1}{2}$ de profondeur ; & on a trouvé, pour ces deux corps, R=1,053, & R=1,384. Le premier, qui n'avoit qu'un pied quarré de section, se trouvoit dans un fluide comme indéfini en largeur, ou dans le même cas que si le canal n'eût eu que 4 $\frac{1}{2}$ pieds, ou 54 pouces de largeur ; & il n'étoit retardé que par sa partie inférieure. D'après ces dimensions, on trouve $\frac{c}{f}=5,81$, & R=1,08. Pour que ce corps n'eût éprouvé aucune augmentation de résistance, il auroit fallu que la profondeur du canal fût telle, que $\frac{c}{f}=6,46$; ce qui suppose que la distance entre les parois inférieures du corps & du canal eût été environ les $\frac{11}{41}$ de la hauteur du corps, au lieu qu'elle n'en étoit pas les $\frac{3}{10}$. Quant au bateau n°. 2, il se trouvoit dans un canal étroit relativement à sa largeur, qui étoit de 2 pieds ; aussi, d'après les dimensions réelles, on trouve $\frac{c}{f}=4,036$, & R=1,40.

Dans les 49e & 52e expériences, les bateaux n°. 2 & n°. 5, ont été mus dans un canal indéfini en largeur, & qui n'avoit que 15 pouces 4 lignes de profondeur ; & on a trouvé, pour ces deux cas, les valeurs de R égales à 1,125 & 1,143. En conservant la même profondeur, & réduisant la largeur du canal à 4 $\frac{1}{2}$ fois celle

du corps, on trouve 5,75 & 5,53 pour les valeurs de $\frac{c}{f}$, & 1,09; 1,12 pour celles de R.

Enfin, on donna 27 pouces 3 lignes de profondeur au même canal indéfini en largeur, & on y fit mouvoir le bateau n°. 2, qui devoit s'y trouver parfaitement libre, & donner R=1 : cependant on trouva, par l'expérience, R=1,1. Mais les Auteurs eux-mêmes ont reconnu que la manière différente dont on étoit obligé de mouvoir les bateaux dans le canal ou sur le fluide indéfini, occasionnoit dans le premier cas une augmentation de résistance absolument étrangère au rétrécissement du lit; & quoiqu'ils en aient tenu compte dans chaque expérience, c'étoit d'une manière assez indéterminée pour que cette cause, jointe à quelques autres circonstances peu importantes, qui ont été négligées, occasionnât les foibles différences qu'on remarque entre nos résultats & ceux de l'expérience.

584. Les résistances obliques ne paroissent pas suivre dans un canal étroit les mêmes rapports que sur un fluide indéfini; & une proue angulaire, ajoutée à un bateau prismatique, diminue d'autant moins sa résistance, que le canal est plus étroit. En effet, quand le corps en occupe toute la capacité, la résistance se réduit à refouler le fluide en avant; & dans ce cas la forme de la partie antérieure est absolument indifférente à cet effet: c'est aussi ce qui résulte de

la ſuite des mêmes expériences. Soit toujours R la réſiſtance d'une proue plane dans un canal étroit, r celle d'une proue angulaire de même baſe, & q le rapport qu'il y auroit entre la réſiſtance de ces deux figures dans un fluide indéfini : on doit avoir r moindre que R, & plus grand que $\frac{R}{q}$. Sa valeur doit s'approcher d'autant plus de R, que le canal eſt plus étroit relativement au bateau, de manière qu'on ait $r=R$, lorſque $C=b$ ou $C-b=0$; & qu'au contraire on ait $r=\frac{R}{q}$, lorſque le fluide eſt cenſé indéfini, & que $\frac{C}{b}=6,46$, ou plutôt lorſque l'intervalle entre le canal & le bateau, ou $\frac{C}{b}-1=5,46$. D'après cette idée, il ne s'agit dans tous les cas que de retrancher de R une partie de la différence $R-\frac{R}{q}$, telle qu'on ait la proportion $5,46 : \frac{C}{b}-1 :: R-\frac{R}{q}$: un quatrième terme $\frac{\left(R-\frac{R}{q}\right)\left(\frac{C}{b}-1\right)}{5,46}$, qui eſt cette partie à ſouſtraire de R. Ainſi on a, pour l'expreſſion générale de la réſiſtance oblique, $r=R-\frac{\left(R-\frac{R}{q}\right)\left(\frac{C}{b}-1\right)}{5,46}$: équation qui réunit les conditions preſcrites. Conſultons actuellement l'expérience.

Le bateau n°. 2, garni d'une proue angulaire qui formoit un angle d'incidence de 45 degrés,

a été mu dans un canal qui avoit 28 $\frac{1}{3}$ pouces de largeur, sur 15 $\frac{1}{2}$ de profondeur ; & on voit par la 66e expérience, que sa résistance, ou $r=4,42$, celle qu'il avoit éprouvée dans le fluide indefini, étant toujours exprimée par l'unité. Des expériences antérieures avoient donné le rapport de la résistance du bateau sans proue, à celle du bateau avec proue, dans un fluide indéfini, ou $q=1,86$. Cette quantité, augmentée dans le rapport que donne l'expérience 2e du tableau précédent, pour avoir la résistance dans le canal, devient $R=1,86\times 2,50=4,65$. Or, si l'addition de la proue rectangulaire eût fait diminuer la résistance dans le même rapport, on auroit eu $r=\frac{R}{q}=2,5$; au lieu que pour le lit rétréci dans lequel $\frac{C}{S}=1,534$, la formule précédente donne $r=4,44$, qui, comme on voit, s'accorde très-bien avec l'expérience.

On trouve un résultat aussi exact, en tirant une valeur moyenne de r des trois expériences 61, 62 & 63, où le bateau n°. 1 étoit mu avec une proue angulaire, dont l'angle d'incidence étoit de 14° 3′ : l'expérieece donne $r=3,2$, & la formule donne $r=3,25$.

585. Ces expériences sont terminées par celles qui furent faites sur un canal fermé par les deux bouts : la résistance du bateau n°. 1 fut sensiblement la même que quand il étoit ouvert ; mais celle du bateau n°. 2, pour lequel le canal

ſe trouvoit à proportion plus étroit, étoit conſidérablement augmentée. Les effets deviennent alors très-compliqués, ſur-tout pour un canal un peu court. Les canaux ordinaires de navigation ſont ordinairement partagés en divers baſſins, par des écluſes qui en ferment les extrémités. Quand ces écluſes ſe trouvent diſtantes d'une ou deux lieues, & que les canaux ſont un peu larges, ils peuvent être conſidérés comme indéfinis en longueur; & ſi, en approchant d'une extrémité, les bateaux paroiſſent devoir éprouver plus de réſiſtance, on voit auſſi que le reſoulement de l'eau oblige ces bateaux de s'élever, ce qui donne plus de facilité au fluide de s'écouler en arrière.

Quand on a un train de bateaux à conduire, il ſemble plus avantageux, pour éviter la multiplicité des réſiſtances, de les maintenir à la file & bout à bout, qu'à une certaine diſtance les uns des autres : mais il peut arriver, quand le canal eſt étroit & peu profond, que les derniers bateaux manquent d'eau, tandis que les bermes en avant du premier ſeroient noyées, parce que le frottement conſidérable de l'eau, ſur une grande longueur, l'empêche de s'écouler aſſez promptement de l'avant à l'arrière. L'expérience journalière ſuffit pour apprendre aux bateliers quelle eſt la manière la plus avantageuſe dans chaque canal.

586. Pour réſumer, dans un ſeul exemple, toutes les obſervations qui précèdent, nous cal-

culerons la réſiſtance qu'éprouveroit un des bateaux qui naviguent ſur l'Eſcaut, s'il ſe mouvoit avec 18 pouces de viteſſe dans un canal rectangulaire, de 16 pieds de largeur ſur 6 pieds de profondeur d'eau. Ces bateaux, ſenſiblement priſmatiques, ont 13 pieds de largeur ſur plus de 100 pieds de longueur; & ils tirent $4\frac{1}{2}$ pieds d'eau étant chargés. Leur avant eſt à-peu-près figuré en demi-ſphère, de ſorte qu'en prenant une réſiſtance un peu plus forte que celle de la ſphère, on peut ſuppoſer celle du bateau, telle qu'on ait dans un fluide indéfini $m+q=0,6$; & avec une proue plane & directe, $m+q=1$. Ces quantités étant proportionnelles aux réſiſtances, peuvent les repréſenter. Si on cherche (579) quelle eſt la réſiſtance de la proue plane ou R, pour le canal étroit dans lequel $\frac{c}{f}=1,641$, on trouvera R=2,324. Cette quantité étant connue, ainſi que la valeur de $q=\frac{1}{0,6}=\frac{5}{3}$, on aura (584) la véritable réſiſtance oblique du bateau, ou $r=2,215$, qui eſt environ 3,7 fois plus conſidérable que dans un fluide indéfini. Son intenſité eſt donc égale au poids d'un volume d'eau qui auroit pour baſe la plus grande ſection du bateau, & 2,215 fois la hauteur dûe à ſa viteſſe. Ce poids eſt de $338\frac{1}{4}$ livres : de ſorte qu'en évaluant l'effort conſtant d'un homme à 25 liv., il en faudroit 14 pour faire parcourir à ce bateau 900 toiſes par heure.

587. Pour que ces bateaux éprouvaſſent la moindre réſiſtance poſſible de la part du canal, il faudroit que ſa ſection fût 6,46 fois celle du bateau. Les rives étant ſuppoſées en talud, de manière que la baſe ſoit les $\frac{4}{3}$ de la hauteur, & obſervant, comme nous l'avons déja dit, de faire la plus grande largeur égale à $4\frac{1}{2}$ fois celle du bateau, les dimenſions de ce canal ſeroient de $58\frac{1}{2}$ pieds à la ſurface de l'eau, de $37\frac{1}{2}$ au fond, & $8\frac{7}{8}$ pieds de profondeur d'eau. Telles ſont auſſi à-peu-près, dans le Hainaut, les dimenſions de l'Eſcaut, lors de ſes moyennes eaux.

Dans un canal ainſi diſpoſé, les bateaux ſe mouvroient comme dans un fluide indéfini, & deux bateaux amarrés aux bords l'un vis-à-vis de l'autre, il reſteroit encore un paſſage ſuffiſant pour un troiſième.

Conſidérations ſur le choc de l'eau contre les ailes des roues des moulins, & ſur la manière de diſpoſer les courſiers des moulins.

588. Quand on examine l'effet du choc de l'eau contre les roues, on s'apperçoit bientôt que ſa détermination préſente des difficultés inſurmontables par toute autre voie que celle de l'expérience. Il eſt vrai que nous n'avons point fait ſur cet objet d'obſervations qui nous ſoient

propres ; mais ſi l'eſprit même d'obſervation peut s'acquérir à la ſuite d'un long cours d'expériences, nous pouvons faire ici quelques réflexions, d'après les travaux de ceux qui nous ont précédés. Quand donc on veut réduire à quelque choſe de ſimple la complication de tous les effets qui ont lieu dans cette eſpèce particulière de choc, il ſemble que la nature y ſuive d'autres lois, parce que nous ne pouvons pas en appercevoir la liaiſon avec les lois générales ; & la différence la plus importante qu'on remarque d'abord, eſt que les chocs ne ſont point proportionnels aux quarrés des viteſſes d'impulſion. M. l'abbé Boſſut a donné à ce ſujet une ſuite d'expériences bien précieuſes par l'exactitude & la variété qui caractériſent toutes les ſiennes ; & ſi nous nous permettons d'ajouter quelques réflexions à celles qu'il a déja faites, nous devons avertir qu'elles ſont toutes appuyées ſur les réſultats de ſes expériences. Ainſi, nous ſuppoſons qu'on a ſous les yeux la 2e. partie de ſon Traité d'Hydrodynamique, 2e. ſection du chapitre 10, & la 1re. du chapitre 7.

589. Quelque exacts que fuſſent les réſultats d'une théorie, ils ne ſeroient d'aucun uſage dans la pratique, s'ils ne ſe montroient jamais qu'avec l'appareil du calcul. Il eſt ſans doute préférable en négligeant l'exactitude rigoureuſe, de ne préſenter que des règles ſimples avec des modifications relatives aux cas les plus uſités. Ainſi nous

ſommes revenus à la première idée des hydrauliciens, de conſidérer l'effort de l'eau ſur une roue, comme une impulſion conſtante ſur une aîle toujours directe au courant, & choquée avec une viteſſe égale à la différence entre celle du courant & celle du centre d'impulſion de l'aîle. Quelque erronée que ſoit d'abord cette hypothèſe, il eſt poſſible que ſes réſultats ſoient à-peu-près l'image ſimple & générale de la totalité des effets réels.

590. Une colonne d'eau, contenue dans un courſier étroit, allant choquer les aîles d'une roue qui en remplit preſque toute la capacité, perd néceſſairement une grande partie de ſa viteſſe, & eſt obligée de s'élever pour fournir à une dépenſe conſtante. Cet effet augmente la ſurface choquée, tandis que la viteſſe du fluide & celle d'impulſion diminuent. Cette eſpèce de renflou, plus conſidérable & bien plus variable que celui qui ſe forme en avant d'un corps flottant, eſt cependant relatif à la hauteur primitive du courant, & à la partie de l'aîle qui y ſeroit plongée, c'eſt-à-dire, à la viteſſe & à la ſurface choquée qui auroient lieu s'il ne ſe formoit point de remou. Ainſi, ſoient h la hauteur dont l'aîle eſt plongée, ou la différence entre le plus grand rayon de la roue & la petite diſtance du centre de rotation à la ſurface primitive du courant; l la largeur de l'aîle rectangulaire; V la viteſſe moyenne primitive du courant ſur la hauteur h;

v

v celle du centre d'impulsion de la surface lh : la vitesse d'impulsion sera $V-v$. Or le choc devant augmenter avec la surface & avec cette dernière vitesse, il s'agit d'examiner par l'expérience s'il est proportionnel à lh, & à quelque puissance de $(V-v)$; ou, s'il peut être représenté par $lh(V-v)^n$, ayant égard d'ailleurs au bras de levier de cette impulsion, & à celui de l'effort que la machine doit vaincre.

Si dans cette quantité on ne fait varier que v, le choc, ou le poids qu'il peut soutenir, sera représenté par $(V-v)^n$, de sorte que cet effet sera plus ou moins grand, selon le rapport entre V & v, & que le plus grand aura lieu quand la quantité $v(V-v)^n$ sera un maximum. En la différenciant & l'égalant à zéro, il en résulte, après toutes les réductions, l'équation suivante, $v=\frac{V}{n+1}$. Suivant la théorie ordinaire on a $n=2$, & par conséquent $v=\frac{1}{3}V$. Mais, d'après l'expérience, le plus grand effet a lieu quand la vitesse de la roue est entre les $\frac{2}{7}$ & la moitié de celle du courant : donc n ne peut pas être égale à 2, & sa valeur doit être entre $\frac{3}{2}$ & 1.

591. C'est d'après ces principes que nous avons examiné les expériences rapportées dans l'hydrodynamique. Sans répéter les données, qu'on trouvera dans l'Auteur même, nous observerons que plusieurs de ces expériences ont été faites en plaçant une roue verticale dans le canal fac-

tice, dont nous avons fait mention ci-devant (194); que les viteſſes moyennes & les profondeurs du courant ſe rapportoient à quelques-unes de celles que nous avons calculées, & dont nous ſommes certains, puiſqu'elles cadrent non-ſeulement avec la formule du mouvement uniforme, mais encore avec les viteſſes à la ſurface, données par l'expérience. Nous ſommes donc en état de fixer pour chacune d'elles, les valeurs de h & de V, qui exprime ici ſenſiblement la viteſſe moyenne du courant, parce qu'il n'y avoit qu'une demi-ligne de jeu entre l'aîle verticale & le fond du canal. L'Auteur ne meſura pas cette profondeur conſtante du courant; mais il indique que l'eau s'élevoit, quand la roue étoit en mouvement, de 13 à 14 lignes au deſſus du fond du canal, de ſorte que l'enfoncement de l'aîle étoit d'environ 13 lignes. Mais cette hauteur de l'eau dans le canal étoit l'effet du remou, cauſé par la réſiſtance de la roue, qui faiſoit perdre à l'eau une partie conſidérable de ſa viteſſe, & l'obligeoit à élever ſa ſection en avant, & juſqu'à une certaine diſtance en arrière : car la dépenſe étoit conſtante & indépendante de la roue, étant déterminée par l'élévation de la pale, & par une charge d'eau conſtante. Ainſi, dans la première expérience ſur les roues, où le courant étoit le même que dans la 55e des canaux, la dépenſe étoit de 370 pouces par ſeconde; & ſi on prenoit, comme l'a fait M. l'abbé Boſſut, pour la

viteſſe du courant celle qu'il avoit à ſa ſurface, qui étoit de 300 pieds en 33″, ou de 109 pouces par ſeconde, la dépenſe, diviſée par cette viteſſe & par la largeur du canal de 5 pouces, ne donneroit pour la profondeur de l'eau que $0{,}6789^{po.}$. Mais la viteſſe moyenne ſe réduiſant à 100 pouc., cette hauteur uniforme du courant, avant l'immerſion de la roue, étoit plus exactement de $0{,}74^{po.}$ ou environ 9 lignes. Ainſi, l'excès de hauteur de 4 à 5 lignes que l'eau prenoit à l'occaſion de la roue, ne peut être attribuée qu'à l'effet du remou; & ſi on vouloit néanmoins ſuppoſer que la hauteur de la partie choquée de l'aîle verticale fût de 13 lignes, & celle du courant de 13 $\frac{1}{2}$ lignes, il faudroit auſſi ne ſuppoſer la viteſſe que de $65{,}7^{po.}$.

592. Cette diſcuſſion étoit néceſſaire pour guider ceux qui voudroient calculer ces expériences d'apres nos vues, & pour faire connoître dans chacune la viteſſe primitive du courant. Celles qui ſont déſignées par les n°s. 17, 18, &c. 28, ont pour objet de déterminer le plus grand effet de la machine, & elles ſe rapportent à la 56e des canaux: ainſi, la viteſſe moyenne ou V étoit de $121{,}6^{po.}$: $h = 1{,}189^{po.}$; le diamètre extérieur de la roue étant de 36 pouces, celui de la circonférence, décrite par le centre d'impulſion, étoit de $34{,}82^{po.}$; cette circonférence même, de

109,39 po.; & lors du plus grand effet elle faiſoit 20 $\frac{21}{48}$ tours en 40″ ; d'où l'on conclud la viteſſe de cette circonférence de 55,89 po., & $v=\frac{V\times 55,89}{121,6}=\frac{11}{24}V$ à peu près. Ce rapport ſe rapprocheroit beaucoup plus de celui de 4 à 9, ſi on avoit égard à la réſiſtance de l'air : c'eſt auſſi celui que nous avons ſuppoſé ; de ſorte que, dans l'équation $v=\frac{V}{n+1}$, en faiſant $v=\frac{4}{9}V$, on en déduit $n=\frac{5}{4}$.

593. D'après cela, nous avons examiné ſi, dans chaque ſuite d'expériences, qui ne diffèrent que par les poids & par les viteſſes de la roue, ces poids étoient proportionnels aux valeurs de $(V-v)^{\frac{5}{4}}$; & nous avons reconnu que cette loi étoit ſuivie auſſi exactement qu'on le puiſſe deſirer dans la pratique. Ainſi, exprimant par P le poids élevé, on doit avoir $P=\frac{th(V-v)^{\frac{5}{4}}}{m}$, m étant une quantité conſtante, donnée par l'expérience. On doit obſerver que le poids étant ſoutenu par une corde qui ſe rouloit ſur une bobine cylindrique, il doit être diminué dans le rapport des deux bras de levier. Celui d'impulſion eſt ſenſiblement égal au rayon extérieur de la roue, diminué de la moitié de la hauteur dont l'aîle eſt plongée ; & celui du poids eſt égal au rayon de la bobine, plus celui de la corde :

c'eſt alors qu'il eſt égal à la quantité que nous avons exprimée par P.

594. Dans toutes ces expériences, la largeur l eſt de 5 pouces, & le canal étoit apparemment un peu évidé à l'endroit de la roue, pour laiſſer une demi-ligne de jeu de chaque côté ; mais les hauteurs de la partie plongée des aîles, varient. Dans la 1re & la 2e, $h=0,7$, d'où l'on conclud $m=18,3$; dans les 7e & 8e, $h=0,91$ & $m=17,4$; dans celles 17e, 28e, $h=1,146$ & $m=16,3$. Ainſi, les chocs qui ſont à-peu-près proportionnels aux valeurs de $(V-v)^{\frac{5}{4}}$, ne le ſont pas aux ſurfaces choquées, & augmentent dans un rapport un peu plus grand que ces ſurfaces ; ou, ce qui eſt plus probable, les chocs varient par le rapport entre la largeur & la hauteur de la partie plongée. En effet, la largeur & l'intervalle inférieur reſtant les mêmes, plus le courant a de hauteur, plus il aura de difficulté à s'échapper ; de ſorte que le poids, ou l'effort à vaincre, étant augmenté plus qu'en raiſon de la ſurface, il faudra que la roue tourne plus vîte pour compenſer cette difficulté que l'eau éprouve à s'échapper.

595. On ſent par là combien il importe de faire à cet égard de nouvelles expériences, en s'aſſurant de la hauteur dont les aîles tremperoient dans le courant primitif, & en faiſant varier ces hauteurs relativement aux largeurs ;

mais sur-tout d'observer les effets quand on augmenteroit ou diminueroit le jeu entre les ailes & les parois du courfier. Relativement à la manière dont l'eau s'échappe, soit par le bas, soit par les côtés, après avoir frappé l'aile verticale, par la chûte du radier, & par l'élargissement du courfier, on doit s'attendre à des résultats différens, toujours plus avantageux à mesure que la fuite de l'eau, après le choc, sera plus libre; & enfin, on s'assurera de l'effet quand la roue est plongée dans un fluide indéfini. Il est vrai que ce dernier cas n'a pas échappé à M. l'abbé Bossut : il a placé une roue de 3 pieds dans un courant qui avoit 12 à 13 pieds de largeur sur 7 à 8 pouces de profondeur ; les ailes ne trempant que de 4 pouces, étoient censées plongées dans un fluide indéfini. La viteffe, mesurée à la surface, étoit de $68,5^{po.}$; ce qui suppose une viteffe moyenne de $60,6^{po.}$. Mais la hauteur de la partie plongée des ailes n'étant que la moitié de celle du courant, la viteffe moyenne sur la hauteur h, doit être évaluée au moins à 66 pouces; celle du centre d'impulsion de la roue, lors du plus grand effet, étoit de $29,74^{po.}$: on a donc $v=\frac{V\times 29,74}{66}=\frac{4}{9}V$ à peu près; rapport qui pourroit devenir égal à $\frac{1}{7}$, eu égard à la resistance de l'air. Ainsi, d'après une analogie semblable à la précédente, nous avons

examiné si, tout égal d'ailleurs, les impulsions suivoient le rapport de $(V-{}^{*}v)^{\frac{4}{3}}$: mais nous avons reconnu qu'il falloit supposer un exposant au moins égal à $\frac{3}{2}$; alors les résultats s'accordent assez bien avec l'expérience, mais moins exactement que dans les précédentes. Il est probable qu'à même viteſſe, les impulsions ne suivroient pas tout-à-fait le rapport des surfaces : c'est ce que nous n'avons pu vérifier avec précision. On voit aussi que les effets d'une même roue ne sont pas comparables dans un courſier étroit ou dans une rivière, & que leurs rapports varient avec les viteſſes.

596. Les effets que nous venons d'observer, paroiſſent suivre les mêmes lois, quel que soit le nombre des aîles & leur inclinaiſon. L'intenſité varie seulement par ces deux cauſes, & n'affecte peut-être que la quantité *m*. M. l'abbé Boſſut a parfaitement démontré, par la suite de ſes expériences, que le nombre & l'inclinaiſon des aîles ne sont point arbitraires, & qu'ils influent ſenſiblement sur les réſultats qu'on veut obtenir. Ses obſervations à ce ſujet, ainſi que sur le mouvement des roues à pot, n'échapperont à aucun de ſes lecteurs. Nous avouons néanmoins, à regret, que, quelque nombreuſes & variées qu'elles soient, elles ne sont pas encore ſuffiſantes pour être applicables à tous les cas. Ce ne ſera qu'après en avoir fait de nouvelles sur le même plan, &

en avoir rapporté les réſultats à quelque loi d'approximation ſimple, telle que celle que nous avons expoſée, qu'on pourra eſpérer de donner des règles pratiques propres à guider les artiſans auxquels ces ſortes de conſtructions ſont abandonnées.

597. Mais nous ne pouvons terminer cet article ſans parler d'une diſpoſition très-avantageuſe des courſiers des moulins, qu'il faudroit ſubſtituer à la pratique actuelle. On eſt dans l'uſage de retenir l'eau du réſervoir ſupérieur par une vanne qu'on lève, & ſous laquelle paſſe l'eau qui doit mettre la machine en mouvement, avec une viteſſe proportionnée à ſa charge, pour aller frapper l'aîle de la roue, en gliſſant ſur un radier peu incliné. Par cette diſpoſition, la veine, ſe contractant à l'entrée du courſier, perd une partie conſidérable de la viteſſe dûe à la hauteur du réſervoir. On éviteroit cet inconvénient en faiſant paſſer l'eau au deſſus d'une vanne dormante, à la façon des reverſoirs, & la faiſant gliſſer ſur un radier très-incliné, où elle achèveroit d'acquérir toute ſa viteſſe avant de frapper l'aîle. Ce radier, prolongé ſeulement juſqu'au deſſous de l'aplomb de l'arbre de la roue, y feroit un reſſaut, pour donner lieu à l'eau de tomber après avoir frappé l'aîle, & le courſier s'évaſeroit auſſi latéralement au même endroit, afin de procurer à l'eau toute la fuite poſſible. En évaſant auſſi l'entrée du courſier, en avant de la vanne

reverſoir, on éviteroit preſque toute la contraction, & l'effort dû à la chûte de l'eau reſteroit dans ſon entier. Cette chûte étant connue, ſerviroit à régler la hauteur de la vanne dormante, qu'on feroit telle que la ſection d'eau qui auroit lieu au deſſus de cette vanne ſe réduiſît, par l'accélération du mouvement, à la hauteur de la partie de l'aîle qui doit être choquée, non-compris le remou. Celle-ci ſe régleroit d'après le rayon de la roue & l'effet qu'on veut produire, de ſorte que la chûte de l'eau, repréſentant la force motrice, ſerviroit de module pour fixer les dimenſions des aîles, de la roue, du courſier & de ſa pente, en un mot, de toute la machine, pour produire l'effet convenable avec la moindre quantité d'eau poſſible. Le ſommet de la vanne ayant été réglé pour la hauteur la plus ordinaire des eaux, il ſeroit bon de ne commencer le glacis qu'un peu plus bas, afin que la hauſſe dormante pût s'enlever quand les eaux ſeroient trop baſſes pour reverſer ſuffiſamment par-deſſus; & quand au contraire elles ſeroient abondantes, on les ménageroit au moyen de quelques hauſſes volantes qu'on ajouteroit. Il eſt inutile de dire que le courſier ſe fermeroit tout-à-fait par une vanne ſupérieure & mobile qui tomberoit ſur le reverſoir, pour conſerver les eaux quand la machine ſeroit en repos.

CONCLUSION DE CET OUVRAGE.

598. Nous terminerons ici cet Ouvrage, & nos recherches sur le mouvement & la résistance des fluides; leurs propriétés, comme on l'a vu, dépendent de la masse, de la figure, de l'homogénéité, de la mobilité & de l'affinité de leurs molécules. L'expérience seule peut fixer la valeur de certaines quantités constantes qui entrent dans les formules par lesquelles sont représentés les effets du mouvement ou de l'action de ces fluides. Nous l'avons consultée toutes les fois qu'il a fallu déterminer ces constantes, en dégageant les unes des autres les différentes actions des principes qui se combinent le plus souvent ensemble, comme la pesanteur, l'attraction, le frottement, la déviation. Si cette méthode est moins brillante, moins géométrique, elle est plus sûre & plus pratique. Entre la théorie de pure spéculation, & celle que nous avons adoptée, il y a une différence aussi nécessaire que celle qui existe entre un système & la marche physique de la nature, qui n'emploie presque jamais des élémens purs & sans mélange. La première peut présenter de beaux phantômes; la seconde des vérités utiles, copiées du moins sur la nature même, & applicables à nos besoins. Nous pouvons sans doute nous être quelquefois trompés dans le cours de cet Ouvrage, comme il est assez ordinaire, quand

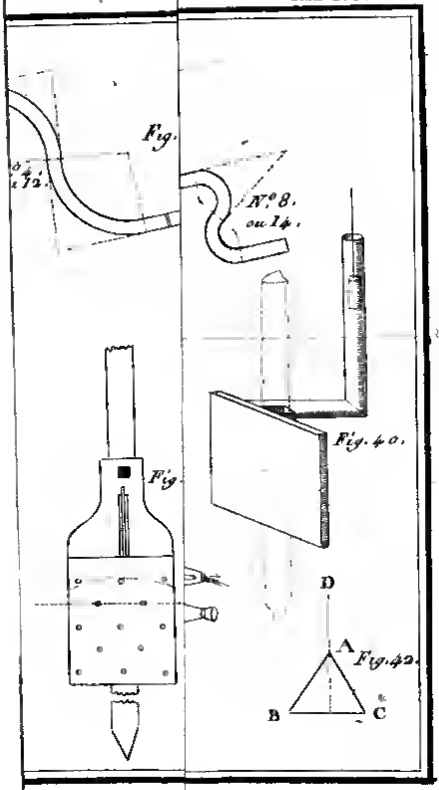


Fig.
N.° 8.
ou 14.
Fig. 40.
Fig
D
A
Fig. 42.
B
C

on ſuit des routes peu frayées, & que l'uſage n'a point encore applanies. Mais nous ſerons bien aiſes qu'une judicieuſe critique découvre nos fautes, & hâte les progrès de nos connoiſſances. Si nous avions eu plus de loiſir & de temps, nous aurions pu méditer davantage, & perfectionner la troiſième partie; mais outre qu'il ne faut pas ſe flatter qu'une nouvelle théorie-pratique de la réſiſtance des fluides puiſſe remplir de ſitôt le vide de l'ancienne, il étoit temps que le Public jouît des avantages qu'on peut attendre de la première partie qui traite du mouvement uniforme & varié, & dont les applications à la pratique ſont d'une importance plus ſenſible & plus univerſelle.

FIN.

TABLE
DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

Du mouvement uniforme & varié des Eaux courantes.

SECTION PREMIÈRE.

THÉORIE générale du mouvement uniforme de l'Eau. Page 1.

CHAPITRE PREMIER. *Idée générale de la fluidité; du mouvement de l'eau à la sortie des réservoirs. Différentes contractions d'orifice.* ibid.

Paragraphes.

Idée générale de la fluidité des liqueurs, 1—3
Ce que c'est que la contraction : comment elle diminue les dépenses des différens orifices, 4 5
Contraction à un orifice percé dans une mince paroi, 6—8
Contraction à l'entrée d'un tuyau additionnel, 9 10
Contraction à l'entrée des longs tuyaux ou des canaux, 11
Contraction au passage d'un reversoir, 12 13

CHAP. II. *Principe du mouvement uniforme : similitude entre les tuyaux de conduite & le lit des*

Rivières : formule primitive du mouvement de l'eau dans un lit quelconque. Page 18.

Paragraphes.

Le mouvement de l'eau eſt dû à la peſanteur & à la mobilité de ſes parties, 14 15

La pente de la ſurface eſt la force motrice de chacune des molécules d'eau qui compoſent une rivière, 16—18

La réſiſtance du lit eſt égale à la force accélératrice du courant, 19—21

Les cauſes du mouvement ſont les mêmes dans un tuyau de conduite que dans le lit d'une rivière. Définition de la pente, 22—25

Formule primitive, en ſuppoſant les réſiſtances comme le quarré des viteſſes, 26

CHAP. III. *L'expérience prouve que les réſiſtances d'un même lit croiſſent en moindre raiſon que les quarrés des viteſſes : comment la grandeur & la figure du lit influent ſur les viteſſes.* Page 30.

Les réſiſtances croiſſent en moindre raiſon que le quarré des viteſſes, 27 28

Définition du rayon moyen, 29

La réſiſtance croît moins que la racine quarrée du rayon moyen n'augmente, à moins qu'on ne retranche de cette racine une quantité conſtante, 30—33

CHAP. IV. *Conſidérations générales ſur la nature de la réſiſtance cauſée par le frottement.* Page 40.

La réſiſtance eſt indépendante de la preſſion : comment elle eſt produite dans un lit, 34—37

Comment la pente du lit fait varier les viteſſes, 38—41

CHAP. V. *Recherches sur le rapport qu'il y a entre les viteſſes de l'eau & la pente du lit.* Page 48.

Paragraphes.

Tableau du mouvement de l'eau dans un même tuyau, où les pentes ſeules ſont variables, 42 43

L'expérience montre que les viteſſes ſont comme les racines quarrées des pentes, moins leurs logarithmes hyperboliques : limites de cette loi, 44 45

CHAP. VI. *Suite des recherches pour rendre générale la formule du mouvement uniforme. Effets de la viſcoſité de l'eau.* Page 55.

Quand les pentes ſont très-grandes, les viteſſes croiſſent en plus grande raiſon que la racine des pentes, diminuées de leurs logarithmes, 46 47

Expreſſion de la réſiſtance quand la viteſſe eſt infinie, 48

Réſiſtance particulière cauſée par la viſcoſité de l'eau : ſon expreſſion, 49 50

CHAP. VII. *Formule générale des viteſſes moyennes uniformes de l'eau dans un lit quelconque : analyſe de cette formule. Cauſes de l'anéantiſſement de la viteſſe. Réſumé des principes.* Page 62.

Formule générale de la viteſſe exprimée en pouces, 51

Formule générale de la même viteſſe exprimée en pieds-de-roi ou en pieds de Londres, 52

La trop grande petiteſſe du lit ou de la pente anéantiſſent la viteſſe, 53

Réſumé de tous les principes qui ont ſervi à trouver la formule, 54

CHAP. VIII. *Accord de l'expérience & de la théorie sur le mouvement uniforme des eaux.* Page 71.

Paragraphes.

Tableau comparatif des réſultats de l'expérience & de la théorie ſur le mouvement uniforme de l'eau, depuis un tuyau de $\frac{2}{3}$ de ligne de diamètre juſqu'à un lit de 275 pieds quarrés de ſection, 55 56

SECTION II.

Théorie du lit des Fleuves; leur établiſſement.

§. 57.

CHAP. I. *De la figure du lit des Fleuves ou d'un courant quelconque.* Page 80.

Paragraphes.

Valeur du rayon moyen de différens lits, 58—61

Des quatre inconnues, la viteſſe, la largeur, la profondeur & la pente d'un courant, trois étant données, on peut trouver la valeur de la quatrième, 62 63

CHAP. II. *Des différentes viteſſes de l'eau dans un même courant uniforme : comparaiſon de celles de la ſurface & du fond.* Page 88.

Dans un tuyau où l'eau coule uniformément, la plus grande viteſſe eſt dans l'axe, la plus petite à la paroi, & la moyenne eſt moyenne arithmétique entre les deux premières : il en eſt de même dans les rivières, 64 65

L'une des trois viteſſes précédentes étant connue, on connoîtra les deux autres, 66

Table de ces différentes viteſſes; utilité de leur connoiſſance, 67—69

CHAP. III. *De l'action réciproque que le lit & le courant exercent l'un sur l'autre. Expression générale de la résistance.* Page 98.

Paragraphes.

Un courant creuse ou comble son lit, selon que la vitesse est trop grande ou trop petite, & que le sol lui cède ou lui résiste, 70 71
Description du travail d'un courant qui charrie du sable, 72 73
Expression de l'action d'un courant contre la paroi de son lit, 74

CHAP. IV. *Établissement du lit des Rivières. Des accrues permanentes : régime du lit. Des crues accidentelles ou périodiques.* Page 105.

Comment les vallées & le lit des fleuves se sont formés autrefois, 75 76
Pente variée des fleuves depuis leur source jusqu'à la mer, 77
Conditions nécessaires pour que le lit d'un fleuve ait de la stabilité, 78—80

CHAP. V. *Des sinuosités du lit des Rivières ; de la stabilité, de la figure du lit dans le cours direct ou aux coudes.* Page 116.

Forme générale de la section du lit d'un fleuve ou d'une rivière, 81—84
Conditions nécessaires pour que les coudes ou sinuosités d'une rivière aient de la stabilité. Ce que c'est que l'angle de bricole, 85 86
Tracer l'arrondissement d'un coude, l'angle de bricole & la largeur du lit étant donnés, 87—90
Rapport entre l'angle de coude & celui de bricole, & le nombre des bricoles, 91 92

CHAP.

CHAP. VI. *Tracé des ſinuoſités des Rivières. Problême général des arrondiſſemens.* Page 130.

Paragraphes.

Manière de tracer les ſinuoſités d'une rivière ou d'un courant quelconque ſous des angles de coude donnés, de manière que la ſtabilité ait lieu, 93 94

Règles à obſerver dans toutes ſortes de ſinuoſités. Cauſes de la formation des îles dans le lit des rivières, 95—100

CHAP. VII. *De la réſiſtance occaſionnée par les coudes du lit des Rivières ou des Tuyaux de conduite ; meſure de cette réſiſtance. Augmentation de la pente naturelle.* Page 141.

On trouve, par l'expérience comme par la théorie, que la réſiſtance d'un coude eſt proportionnelle au quarré de la viteſſe & au quarré du ſinus de l'angle d'incidence, & au nombre des bricoles égales, 101—104

On détermine par l'expérience l'intenſité de la réſiſtance d'une bricole quelconque, 105

Application de cette théorie aux ſinuoſités des rivières, 106 107

SECTION III.

Application de la théorie du mouvement uniformé à la pratique. §. 108.

CHAP. I. *Des accrues permanentes des Rivières ; des hauteurs de leur ſource : des accrues périodiques.* Page 152.

Problême 1. La quantité d'eau que doit dépenſer une rivière étant connue, ainſi

Paragraphes.

que ſa viteſſe de régime, déterminer la plus petite pente que ce lit puiſſe avoir, & les dimenſions de ce lit, 109—111

Problème 2. La dépenſe d'un fleuve étant connue en un lieu quelconque de ſon cours, ſa pente & ſa viteſſe de régime; déterminer les dimenſions de ſon lit, 112

Application des deux problèmes précédens à la pente de la Seine & à ſa ſection, 113—117

Problème 3. Connoiſſant la largeur, la profondeur & la viteſſe de régime d'une rivière, dont le lit, creuſé dans un ſol homogène, reçoit enſuite une ou pluſieurs accrues, dont on connoît la dépenſe totale; déterminer les dimenſions & la pente du nouveau lit, qui écoule toutes les accrues, 118 119

Du lit du régime; ce que c'eſt: application à la Seine & à l'Eſcaut, 120—122

Problème 4. Connoiſſant la pente, la profondeur, la largeur de la baſe d'un lit rectangulaire ou trapèze, & par conſéquent la dépenſe d'une rivière; déterminer de combien ſa ſection doit s'élever, ſi ſa dépenſe vient à augmenter d'une quantité connue, 123—126

CHAP. II. *Des redreſſemens des Rivières, & des changemens que l'on peut faire à leurs cours ou à leur lit.* Page 180.

Problème 5. La largeur, la profondeur & la pente d'une rivière étant données, quand elle coule à plein bord, dans le tems des grandes crues, dans un lit ſinueux, dont on connoit toutes les ſinuoſités, dé-

Paragraphes.

terminer de combien ſes eaux baiſſeroient ſi on redreſſoit ſon cours d'une quantité connue, en quelques-unes des ſinuoſités les plus nuiſibles, 127 128

De la meilleure manière de faire les redreſſemens au lit d'une rivière, 129—132

Problême 6. La largeur, la profondeur, la viteſſe & la pente d'une rivière étant données avec le nombre & la nature de ſes ſinuoſités; déterminer la pente qu'il faudroit lui donner, & par conſéquent les redreſſemens à faire pour que ſa hauteur baiſſât & fût égale à une donnée, en conſervant la largeur ordinaire du lit, 133

Problême 7. Une rivière, dont le régime n'eſt pas établi, ou dont la viteſſe, dans le tems des crues, eſt trop grande, étant donnée avec ſa pente, ſa ſection, ſa viteſſe & ſes coudes; déterminer de combien il faudroit augmenter le développement de ſon cours, pour que ſa viteſſe devînt convenable au régime, 134 135

Problême 8. Connoiſſant la largeur, la profondeur dans l'état moyen des eaux, la pente, la viteſſe & les coudes d'une rivière, dont la viteſſe eſt trop grande dans le tems des crues; déterminer de combien il faudroit augmenter le développement de ſon cours, pour que ſa profondeur devînt égale à une donnée convenable à la navigation ou au flottage, 136 137

Des rivières ſujettes aux débordemens, 138 139

CHAP. III. *De la dépenſe des Reverſoirs. Des van-*

nages & des tenues d'Ecluſes. De la hauteur & de l'amplitude des remous. Des Ponts. Page 198.

Paragraphes.

Conſidérations générales ſur les obſtacles qu'on oppoſe aux rivières. Définition & diſtinction de deux eſpèces de reverſoirs, 140 141

Problème 9. Si dans une des faces d'un réſervoir entretenu conſtamment plein d'une eau dormante, on pratique un reverſoir d'une largeur & d'une profondeur données; on demande de déterminer la dépenſe d'eau qui s'y fera, le reverſoir étant complet, 142

Comparaiſon des réſultats de la théorie & de l'expérience, 143

Problème 10. La dépenſe & la ſection d'une rivière étant connues, ſi on barre ſon cours par un reverſoir dont la hauteur au deſſus du fond de la rivière ſoit connue, & dont la largeur ſoit égale à celle de la rivière; déterminer la hauteur à laquelle l'eau de la rivière s'élévera au deſſus du reverſoir, pour paſſer par deſſus, 144

Comparaiſon des réſultats de la théorie & de l'expérience, 145

Problème 11. Connoiſſant la hauteur d'un reverſoir non complet au deſſus du fond d'une rivière, la hauteur conſtante de l'eau en aval du reverſoir, la hauteur de l'eau en amont au deſſus du reverſoir, & la largeur commune du reverſoir & de la rivière; déterminer la dépenſe du reverſoir ou de la rivière, 146 147

Problème 12. La largeur, la profondeur & la pente d'une rivière étant données, ſi on

Paragraphes.

barre son lit par une écluse & une vanne d'une hauteur & d'une largeur connues; déterminer la hauteur du remou en amont de la tenue; c'est-à-dire de combien la surface de l'eau de la rivière s'élévera, pour reverser en nappe par dessus la vanne, 148 149

De l'étendue ou amplitude des remous sur une rivière, 150

Problême 13. En supposant toutes les données du problême précédent, & dans l'hypothèse que la courbe formée par la surface de l'eau au dessus d'une tenue est un arc de cercle; déterminer l'amplitude du remou, & sa hauteur à une distance quelconque de la tenue, 151 152

Examen de la question dans l'hypothèse du cercle, ou des autres sections coniques, 153 154

Méthode d'approximation, en n'employant que les amplitudes partielles: son accord avec l'expérience, 155—157

Problême 14. La profondeur, la pente & la largeur du lit d'une rivière étant données, si on construit sur cette rivière un pont ou un autre ouvrage, qui rétrécisse sa largeur d'une quantité connue, & que la longueur des piles ou des bajoyers soit aussi déterminée; on demande de quelle quantité ce pont fera hausser la surface de l'eau de la rivière, dans la partie supérieure, c'est-à-dire quel sera le remou en amont du pont, 158

Application & comparaison de la théorie à l'expérience, 159 160

CHAP. IV. *Suite du même sujet. Réflexions sur la manière de rendre navigables les Rivières de moyenne grandeur.* Page 227.

Paragraphes.

De la distance à laquelle on doit placer les écluses sur une rivière, pour la rendre navigable : application de cette recherche, 161—163

Le régime d'une rivière influe sur cette détermination, 164 165

Quinzième exemple de la manière de rendre navigable une rivière dont le lit n'a pas encore de stabilité, 166—168

Manière d'employer le mouvement de l'eau pour dégager le limon que certaines rivières déposent en avant des portes tournantes des écluses, 169

CHAP. V. *Des Canaux en général ; chûte qui se forme à leur entrée : moyens de l'empêcher.* P. 242.

Différence entre les canaux & les rivières, relativement à leur origine. Chûte que cette origine occasionne, en diminuant la profondeur de l'eau, 170 171

Moyens d'éviter cette chûte, en évasant l'entrée du canal, 172 173

Cette disposition puisée dans la nature, s'applique à bien des cas ; l'embouchure des fleuves y est assujettie, 174—176

CHAP. VI. *De la dépense des Canaux.* Page 253.

Mouvement de l'eau à l'origine d'un canal : rapport de la hauteur de réservoir à la profondeur uniforme de l'eau dans le canal, 177 178

Problème 16. Connoissant la pente, la largeur & la hauteur de réservoir d'un canal,

Paragraphes.

déterminer sa dépense, ainsi que la profondeur & la vitesse que l'eau y prendra. Application, 179 180

Problème 17. La hauteur de réservoir, la pente du canal & sa dépense étant connues, on demande ses dimensions Usages, 181 182

Problème 18. Connoissant la hauteur d'un réservoir constamment plein, au dessus du fond d'un canal rectangulaire, dont la largeur est donnée; on demande la pente nécessaire, la profondeur & la vitesse du courant pour écouler la plus grande quantité d'eau possible, 183

Comparaison de la dépense dans ce cas avec celle d'un reversoir, 184

Problème 19. Toutes choses étant données, comme dans le problême précédent, on demande que la dépense du canal soit égale à une donnée moindre que la précédente, 185

Problème 20. Connoissant l'étendue d'un réservoir qui se vide par un canal rectangulaire, dont la longueur & la pente sont données, on demande la relation entre le temps de l'écoulement & la quantité dont la superficie du réservoir s'abaisse. Application & usages, 186—188

CHAP. VII. *Des Canaux garnis d'un vanage à leur tête.* Page 269.

Distinction de ces canaux, quand la profondeur de l'eau dans le canal excède ou égale tout au plus la hauteur dont la vanne est levée. Formule relative au premier cas & aux deux problêmes suivans, 189 190

Paragraphes.

Problème 21. Soit un canal de dérivation, qui tire de l'eau d'un baſſin entretenu conſtamment plein, au moyen d'une écluſe d'entrée, garnie d'une vanne ſous laquelle paſſe l'eau, ſi on ſuppoſe connues la largeur de la vanne & la hauteur dont elle eſt levée, la hauteur du réſervoir, la largeur & la pente du canal; on demande quelle ſera la profondeur de l'eau dans le canal, ſa viteſſe & ſa dépenſe, 191

Problème 22. Les dimenſions & la pente du lit, la viteſſe & la dépenſe ordinaire dans une rivière étant données, on veut, par le moyen d'un vannage, ſoutenir la rivière à une hauteur connue en amont de l'écluſe, on demande quelle doit être l'aire de l'orifice en deſſous de la vanne, 192

Conſidérations relatives au ſecond cas dans ces canaux, quand la pente eſt conſidérable: accord ſingulier de la théorie avec les expériences de M. l'Abbé Boſſut, 193—196

CHAP. VIII. *Des Canaux de deſſèchement & de leurs accrues.* Page 279.

De l'avantage des canaux de deſſèchement: conſidérations générales ſur la manière la plus avantageuſe de les diriger, 197—201

Problème 23. Le produit d'eau en 24 heures d'un baſſin inondé étant donné, la différence de niveau entre le fond de ce baſſin & la ſurface des hautes eaux d'une rivière voiſine étant auſſi donnée, ainſi que la pente de cette rivière; on demande la longueur & la largeur d'un canal d'une profondeur donnée, qui puiſſe tenir en

Paragraphes.

tout tems le baſſin à ſec, en jetant ſes eaux dans la rivière, & dont le cube de l'excavation ſoit le moindre poſſible. Application, 202—205

Des accrues des canaux vers leur origine, 206

Problême 24. Un canal étant donné avec ſa hauteur de réſervoir, ſa pente, ſa largeur & ſa profondeur; on demande à quelle diſtance du baſſin d'où il eſt parti il peut recevoir les eaux d'un canal ſemblable, & faira une dépenſe d'eau double de celle qu'il faiſoit avant cette crue: on propoſe la même queſtion pour une accrue double, triple, quadruple, &c. Uſages, 207—210

CHAP. IX. *De la forme qui convient aux piles des Ponts, aux bajoyers des Ecluſes, & aux bateaux qui naviguent ſur des Rivières étroites. De quelques cauſes qui retardent ou accélèrent la viteſſe des eaux courantes.* Page 298.

Utilité & méthode d'évaſer ces divers ouvrages, en ſe conformant à l'accélération de la viteſſe de l'eau, 211—218

Effet des bateaux ſur les rivières étroites: des roſeaux qui croiſſent au fond des rivières: des glaces qui couvrent leur ſurface. Accélération ou retardation des eaux courantes cauſée par le vent, 219

Les corps flottans acquièrent une viteſſe plus conſidérable que celle du fluide qui les ſupporte, 220—221

Examen des circonſtances dans leſquelles la ſurface des rivières ſe trouve convexe ou concave d'un bord à l'autre, 222—223

SECTION IV.

Des conduites d'eau ; & du mouvement irrégulier dans les tuyaux. §. 224.

CHAP. I. *Du mouvement de l'eau dans les Aqueducs.* Page 316.

Paragraphes.

De la figure la plus convenable aux aqueducs : application avantageuse de la théorie au projet de M. de Parcieux pour amener à Paris les eaux de la rivière d'Yvette, 225

CHAP. II. *Du mouvement de l'eau dans les Tuyaux de conduite.* §. 226.

Problème 25. Connoissant la hauteur de réservoir, la longueur & le diamètre d'un tuyau de conduite, déterminer sa dépense, 227 228

Le même pour une conduite sinueuse, 229

Problème 26. Connoissant la hauteur de réservoir, & la longueur d'un tuyau de conduite ; on demande quel doit être son diamètre, pour obtenir une dépense donnée Application, 230 231

Observations générales sur les conduites d'eau, 232 233

Problème 27. Connoissant l'étendue d'un réservoir prismatique, qui se vide par un tuyau de conduite dont le diamètre, la longueur & la hauteur primitive du réservoir sont données ; on demande la relation entre la dépense & le tems, 234

Le même, en supposant que l'eau du réservoir est entretenue par une source constante, 235

Paragraphes.

Application de ce dernier cas aux fontaines intermittentes, 236

CHAP. III. *Du mouvement de l'eau au paſſage d'un orifice.* Page 322.

Détermination exacte du diamètre de la veine contractée au paſſage d'un orifice, 237—239

Expreſſion de la réſiſtance qu'éprouve la veine d'eau par le frottement contre les bords de l'orifice, & par le choc de l'air. Accord ſingulier de cette théorie avec les expériences de M. l'Abbé Boſſut ſur les orifices horizontaux, 240

Conjecture ſur la plus grande viteſſe que puiſſe acquérir une colonne d'eau mue dans l'air, 241

Comparaiſon des réſultats de la théorie & de l'expérience, tant pour les orifices verticaux que pour les vaſes qui ſe vident, 242 243

Mouvement de l'eau dans les tuyaux additionnels & dans les tuyaux moins courts, juſqu'à la longueur néceſſaire au régime des viteſſes, 244—246

Obſervations ſur cette longueur, 247

CHAP. IV. *Du mouvement de l'eau qui paſſe par pluſieurs orifices conſécutifs.* Page 348.

Formule générale lorſque les orifices ſont perpendiculaires à la direction du mouvement, 248 249

Obſervations ſur la diſtance entre les orifices, 250

Formule relative aux orifices parallèles à la direction du mouvement, 251

Quatre formules pour le cas particulier d'un

Paragraphes.

orifice mince, ou en forme de tuyau additionnel percé dans un tuyau, ſuivant l'une ou l'autre direction, 252

CHAP. V. *De la preſſion que l'eau exerce ſur les parois des différens lits dans leſquels elle coule.* P. 357.

Principe général relativement à la preſſion des eaux courantes, 253

Examen de ce principe, d'après les expériences de M. l'Abbé Boſſut ſur les dépenſes d'une ouverture latérala faite à un tuyau, 254—256

Examen des effets qui ont lieu dans ces ſortes d'écoulemens: formule rectifiée qui les repréſente, 257—259

Comparaiſon des réſultats de cette formule & de l'expérience, 260 261

Variations dans la dépenſe des ouvertures latérales, relativement à leur poſition & à leur grandeur, 262—264

CHAP. VI. *Des Jets-d'eau.* Page 372.

Des jets verticaux perpendiculaires à l'axe de la conduite, 265

Rapports des diamètres de l'ajutage & de la conduite, 266 267

Formule des jets verticaux parallèles à l'axe de la conduite, 268 269

Comparaiſon des réſultats de ces formules à ceux des expériences de M. l'Abbé Boſſut, 270—272

Examen des expériences de M. Mariotte ſur le même ſujet, 273—277

Problème 28. Connoiſſant la dépenſe d'un réſervoir, ſa diſtance horizontale & ſon élé-

Paragraphes.

vation conſtante au deſſus d'un baſſin, où l'on veut former un jet-d'eau vertical; on demande de déterminer le diamètre du tuyau de conduite & de l'ajutage, ainſi que la hauteur du jet, 278 279

Problême 29. La longueur de la conduite, la hauteur du réſervoir, le diamètre du tuyau & celui de l'ajutage étant les mêmes que dans le problême précédent, mais l'ajutage étant percé dans la platine horizontale qui ferme le bout du tuyau recourbé verticalement; déterminer la hauteur du jet & ſa dépenſe, 280

Obſervations ſur les deux diſpoſitions des ajutages, 281 282

Inſuffiſance des règles ordinaires ſur les pertes de hauteur des jets, 283

De la dépenſe des jets-d'eau, de la figure de la gerbe & de ſon volume, 284 285

Vérification de la formule de la viteſſe de l'eau à un orifice, par les expériences de M. l'Abbé Boſſut ſur les jets obliques, 286

CHAP. VII. *Du mouvement de l'eau dans les conduites compoſées de tuyaux de différens diamètres.* Page 404.

Formule pour les tuyaux aſſemblés perpendiculairement l'un à l'autre, 287 288

Formule pour les tuyaux aſſemblés ſur le même axe, 289 290

Règle pour les tuyaux aſſemblés à angle aigu ou obtus, 291

L'incertitude ſur le véritable effet de la contraction influe peu, dans la pratique, ſur ces déterminations, 292

Paragraphes.

Problême 30. La quantité d'eau que peut fournir conſtamment un réſervoir étant donnée, on veut la diviſer & la diſtribuer en pluſieurs points, ſuivant un certain rapport déterminé par le moyen d'un tuyau nourricier & de pluſieurs autres tuyaux d'un moindre diamètre, adaptés perpendiculairement au premier: on connoît la poſition & la différence de niveau des différens points entre eux & avec le réſervoir; & on demande de fixer le diamètre de tous ces tuyaux, dans la vue de remplir l'objet avec le plus d'economie, 293

CHAP. VIII. *Du mouvement de l'eau dans les Pompes.* Page 412.

Idée générale des pompes; de la pompe aſpirante, & de la force qu'elle exige dans l'état d'équilibre, 294—296

Augmentation de cette force, pour mettre le piſton en mouvement, & vaincre la réſiſtance des ſoupapes en montant, 297 298

Obſervations ſur les ſoupapes à coquille & à clapet, 299

La réſiſtance des ſoupapes eſt conſidérable: moyen de la connoître exactement par l'expérience, 300 301

Formule relative au tuyau d'aſpiration, 302—304

Du frottement de l'eau, & du piſton contre les parois du corps de pompe, 305 306

De la réſiſtance des ſoupapes quand le piſton deſcend. Obſervations ſur cette théorie, 307 308

De la pompe foulante, & de la pompe aſpirante & foulante, 309

Paragraphes.

De la dépenſe d'une pompe aſpirante : moyen de la rendre continue, 310
Obſervations ſur le mouvement varié dans les pompes, 311 312
Application à la manière dont ſont mues les pompes à feu. Principes de Dynamique, 313 314
Formules qui expriment la relation entre la viteſſe, le tems & l'eſpace parcouru d'un mouvement accéléré, 315 316
Applications de ces formules, 317

Problême 31. Déterminer le mouvement d'un piſton qui ſe meut par ſon propre poids dans un corps de pompe vertical rempli d'eau, quand on connoit ſa maſſe, ſon poids dans l'eau, ſon diamètre & celui de ſa ſoupape, 318

Problême 32. Calculs ſur la force néceſſaire pour mouvoir une machine à feu. Comparaiſon des réſultats de la théorie & de l'expérience, 319—322
Obſervations ſur les effets de la preſſion de l'air, & ſur l'effort des vapeurs dans les machines à feu, 323
Le reſſort de l'air eſt moindre que celui de la vapeur dans la chaudière, & plus fort que celui de la vapeur dans le cylindre, 324 325
Le vide n'eſt pas, à beaucoup près, complet dans le cylindre, après l'injection de l'eau froide, 326
Deſcription d'un inſtrument pour connoître à chaque inſtant l'état du fluide contenu dans le cylindre, 327
Obſervations ſur le mouvement des fluides

Paragraphes.

élastiques. Formule générale pour l'écoulement de tous les fluides, 328 329
Viteſſe que l'air & la vapeur de l'eau peuvent acquérir dans le vide, par le reſſort de ces deux fluides, 330 331
Examen ſuccinct de quelques cas relatifs au mouvement des fluides élastiques, 332 333

SECONDE PARTIE.

Expériences & Réflexions ſur le mouvement uniforme & varié de l'Eau.

SECTION PREMIÈRE.

Expériences ſur le mouvement de l'eau dans les Tuyaux, les Canaux & les Rivières.

CHAP. I. *Sur la dépenſe & la viteſſe de l'eau & de différentes liqueurs dans des tuyaux d'un petit diamètre.* §. 334.

L'objet de ces expériences étoit de déterminer le mouvement de l'eau dans les grandes pentes & les petites ſections, & d'examiner la fluidité de différens liquides, 335
Préparation aux expériences, 336
Réſultat de ces expériences, tant ſur l'eau à la température ordinaire, que ſur l'eau à la glace, l'eau chaude, l'eau ſalée, l'eſprit de vin & le mercure, 337
Réflexions ſur les expériences précédentes, 338 339
Examen d'une expérience ſemblable de M. Mariotte, 340

Obſervation

Paragraphes,

Observations sur l'attraction du bout inférieur d'un tube épais, 341
Résumé de différens degrés de fluidité des liquides employés, 342

CHAP. II. *Sur la vitesse moyenne de l'eau dans des tuyaux de conduite, dont l'extrémité verse en l'air, ou sous la surface d'un bassin entretenu constamment plein.* Page 15.

L'objet de ces expériences étoit d'examiner le mouvement dans les très-grandes & les très-petites pentes, & d'établir un terme de comparaison pour les tuyaux coudés, 344 345
Préparation aux expériences, pour mesurer exactement la pente, & faire verser le tuyau à volonté sous l'eau ou en l'air, 346 347
Tableau d'expériences sur les dépenses d'un tuyau droit d'un pouce de diametre, à différentes longueurs & à différentes charges, 348
Réflexions sur ces expériences, & en général sur celle des conduites d'eau ordinaires. Les dépenses obtenues sous l'eau ou dans l'air sont les mêmes, 349
Les hauteurs dues à la résistance sont proportionnelles aux longueurs, idem
Comparaison du mouvement dans les tuyaux qui versent sous l'eau ou en l'air, 350
Dans les tuyaux très-courts la résistance n'a pas toute son énergie, 351
Observations sur quelques expériences de M. l'Abbé Bossut & de M. Couplet, 352 353

CHAP. III. *Sur le mouvement de l'eau dans les*

tuyaux coudés. Expériences pour fonder une théorie sur les sinuosités des Rivières. Page 31.

Paragraphes.

Objet des expériences sur les tuyaux coudés, 355
Préparation aux expériences sur 15 tuyaux différemment coudés, 356
Tableau des résultats de ces expériences, 357
Réflexions sur ces expériences : la résistance des coudes est moindre à proportion pour les tuyaux courts, 358

CHAP. IV. *Sur le mouvement de l'eau dans les syphons : expériences à ce sujet.* Page 40.

L'objet de ces expériences étoit d'en déduire les lois du frottement de l'eau, & de prouver qu'il est indépendant de la pression, 360
Préparation aux expériences sur six syphons différens, & leurs résultats, 361 363
Réflexions sur ces expériences, 364 365

CHAP. V. *Expériences sur le mouvement uniforme de l'eau dans un canal factice.* Page 53.

Objet de ces expériences, 366
Préparation aux expériences : Dimensions du canal, du réservoir & du bassin qui servoit de jauge, 367 372
Moyens de mesurer la pente, la hauteur du réservoir, & la profondeur de l'eau dans le canal, 372 375
Manière dont se faisoit chaque expérience, 376
Tableau des résultats de l'expérience, quand la vitesse étoit uniforme, 377
Difficultés de régler un canal factice de peu de longueur, 378
Réflexions sur ces expériences, & sur la manière dont le mouvement de l'eau s'établissoit dans ce canal, 379 382

Digitized by Google

Paragraphes.

De la contraction qui avoit lieu à l'entrée du canal, 383

CHAP. VI. *Expériences sur le rapport entre la viteſſe moyenne d'un courant uniforme, & les viteſſes à la ſurface & au fond du courant.* Page 77.

Préparation à ces expériences, 385 387

Expériences pour connoître la gradation des viteſſes, du fond vers la ſurface, 388

Tableau d'expériences ſur les viteſſes à la ſurface & au fond d'un courant, comparées à la viteſſe moyenne, 389

Obſervations ſur ces expériences : erreur d'optique à cet égard, 390 392

Preuve de la différence des viteſſes par un moulinet qui tourne à la manière des roues à pots, 393 394

La même preuve par des expériences ſur un globe plongé & lié à un autre globe flottant, 395

CHAP. VII. *Du régime des Rivières, & de la réſiſtance de différens fonds.* Page 91.

Objet de ces expériences, 397 398

Préparation aux expériences, & leurs réſultats ſur le régime de l'argile, du gros ſable, de trois ſortes de gravier de la Seine, des galets de mer & du ſilex, 399

Obſervations ſur ces expériences, 400

Dans un courant uniforme chaque molécule élémentaire éprouve la même réſiſtance, 401

CHAP. VIII. *Expériences en grand ſur un canal de deſſéchement & ſur la Rivière d'Aiſne.* Page 98.

Préparation aux expériences. Méthode pour meſurer facilement la pente exacte d'une

Paragraphes.

rivière, 403
Détail & réſultats des expériences, 404
Obſervations ſur ces expériences Les plantes aquatiques retardent conſidérablement la viteſſe des rivières, 405
Précautions à prendre pour meſurer les viteſſes à la ſurface d'une rivière, altérées par le vent, ou par une écume viſqueuſe, quand elles ſont très-foibles, 406 407
Des cauſes qui troublent l'eau d'une rivière, & annoncent une accrue prochaine, 408

SECTION II.

Expériences ſur la dépenſe des Reverſoirs.

CHAP. I. *Sur le mouvement & la dépenſe de l'eau qui s'écoule par un reverſoir.* Page 113.

Préparation aux expériences, & leurs réſultats pour les reverſoirs adaptés à un réſervoir d'eau ſtagnante, 410
Obſervations ſur ces expériences, 411 412
Expériences ſur les reverſoirs ou vannages occupant toute la largeur d'une rivière ou d'un canal, du remou qu'ils occaſionnent, & de ſes différentes profondeurs, 413
Obſervations ſur ces expériences, 414 415

CHAP. II. *Etabliſſement d'un Pont ſur une Rivière: expériences à ce ſujet. De la viteſſe d'un bateau flottant; & des balancemens de l'eau dans un canal fermé.* Page 123.

Préparation & réſultats des expériences ſur le remou occaſionné par les piles d'un pont, 416
Expérience ſur la viteſſe d'un bateau flottant

Paragraphes.
librement sur un courant; elle excède toujours celle du fil de l'eau qu'il suit, 417
Expériences sur les balancemens ou oscillations de l'eau dans un canal fermé par les deux bouts, 418

TROISIÈME PARTIE.

De la résistance des fluides.

Exposé de la théorie de Newton à ce sujet, & des connoissances qu'on avoit acquises jusqu'à ce jour, §. 419—424

SECTION PREMIÈRE.

De la résistance de l'eau considérée comme fluide incompressible. Pag. 133.

CHAP. I. *Mesure du choc d'une veine fluide isolée, contre une surface plane immobile.* ibid.
Paragraphes.
De la déviation des filets en avant d'une surface choquée. 425
Des effets de cette déviation, 426
Préparation aux expériences. On a employé une veine sortant d'un vase par un orifice, & choquant différentes surfaces qu'on lui présente; la pression est mesurée par la hauteur de la colonne d'eau à laquelle le choc de la veine fait équilibre, 427
Expériences à ce sujet, 428 432
Résultats de ces expériences, 433
Le choc d'une veine fluide isolée est diffé-

Paragraphes.

rent de celui qu'éprouve une surface flottante, ou plongée dans un courant indéfini, 434 435

Expérience intermédiaire entre le choc d'une veine isolée & celle d'un courant indéfini, 436

CHAP. II. *Mesure de la pression directe qu'éprouve la surface plane d'un corps immobile dans un fluide indéfini qui vient à sa rencontre.* P. 154.

Il se forme en avant d'une surface choquée une proue fluide, dont les filets convergent vers les bords; là ils acquièrent une vitesse plus grande que celle du fluide, 437 438

Il suit delà & du principe cité (253), que les pressions sur une surface choquée diminuent du centre vers les bords, 439

Préparation aux expériences. On a employé une surface flottante sur un courant, & percée de plusieurs trous, qui communiquent à une colonne d'eau dont la hauteur au dessus du niveau du courant indique la pression, 440 441

Expériences à ce sujet, 442 443

Conséquences & observations sur ces expériences; la pression varie & diminue en effet vers les bords, 444

De la variation que le remou occasionne à la résistance des corps flottans, 445 447

CHAP. III. *Suite du même sujet.* Page 168.

Préparation aux expériences: on a employé dans les mêmes vues un instrument perfectionné, & percé de différens petits trous, même au bord de la surface; il étoit entièrement plongé, 449

Détails & résultats des expériences, pour

Paragraphes.

connoître la variation des preſſions, 450 451
Obſervations ſur ces expériences; la preſſion eſt négative vers les bords, 452 454
Expériences pour connoître la preſſion moyenne ſur toute la ſurface, 455
Réflexions ſur ces expériences. La longueur d'un corps priſmatique n'influe pas ſur la preſſion: meſure de la preſſion moyenne, 456 458

CHAP. IV. *Meſure de la non-preſſion qu'éprouve la ſurface plane, & poſtérieure d'un corps immobile, plongé dans un fluide indéfini qui ſe meut.* P. 182.

Le choc d'un fluide en mouvement augmente la preſſion antérieure, & diminue la preſſion poſtérieure qu'un corps plongé éprouveroit ſi le fluide étoit en repos, 459 460
Expériences pour meſurer la diminution de preſſion poſtérieure, ou la non-preſſion, ſur les différens points de la ſurface poſtérieure, par les abaiſſemens d'une coloone d'eau, au deſſous du niveau du courant, 460 462
Obſervations & réflexions ſur ces expériences, 463
Examen des cauſes & de la variation des non-preſſions; les filets devies & convergens derrière le corps entourent la poupe fluide, & tendent à l'entraîner avec d'autant plus de force, que le corps eſt plus court, 464 465
Meſure de la non-preſſion moyenne pour différentes longueurs de corps, 466
Expreſſion approchée de la relation entre la longueur d'un corps priſmatique & la non-preſſion qu'il éprouve, 467 468

Paragraphes.

Application de ces faits à la non-preſſion des corps flottans, 469 470

CHAP. V. *Meſure de la preſſion & de la non-preſſion qu'un corps plongé eſſuie en ſe mouvant dans un fluide indéfini en repos.* Page 199.

Préparation aux expériences. On a fait mouvoir le même inſtrument qui étoit fixe dans celles du chapitre précédent, 472 473

Tableau qui préſente les réſultats des expériences, 474

Conſéquence qui réſulte de ces expériences: les preſſions & non-preſſions ſont moindres que quand le corps eſt immobile; les premières ſont preſque toujours proportionnelles aux quarrés des viteſſes, les autres croiſſent en plus grande raiſon, 475 476

Loi que paroiſſent ſuivre les non-preſſions, relativement aux viteſſes, 477 478

Les mêmes effets doivent avoir lieu pour le corps immobile, 479

CHAP. VI. *De l'intenſité de la réſiſtance directe pour les ſurfaces minces, & les corps priſmatiques à baſes planes.* Page 213

Examen de toutes les réſiſtances qu'un corps éprouve dans un fluide. de celle qui provient de la pente du courant dans lequel le corps eſt plongé, 480

De la réſiſtance cauſée par le frottement de l'eau contre les paro s du corps, 481

Meſure de la réſiſtance directe ſur des priſmes immobiles de différentes longueurs, déduite des preſſions & des non-preſ-

Paragraphes.

sions; elle diminue par la longueur du corps, 482 483

Vérification de ces réſultats, en éprouvant la réſiſtance des mêmes corps, au moyen d'une balance hydroſtatique, 484

Ces expériences, d'un genre tout différent, donnent les mêmes réſultats, 485

Réſiſtance directe quand le corps ſe meut, 486

A égalité de viteſſe, elle eſt moindre que le choc d'un courant, 487

Examen de ces effets ſur les corps flottans, 488—490

Les corps terminés par des ſurfaces planes ou courbes, éprouvent des réſiſtances proportionnelles aux ſurfaces, ſeulement quand ils ſont ſemblables, 491

CHAP. VII. *Meſure de la portion de fluide qui accompagne un corps en mouvement, dans un fluide indéfini.* Page 226.

La proue & la poupe fluide, qui ſe forment en avant & en arrière de tout corps qui ſe meut dans un fluide, peuvent ſe réduire à une maſſe moindre, ayant même viteſſe que le corps qui l'entraîne, 492

Pour des corps ſemblables, les quantités de fluide entrainé ſont proportionnelles aux volumes, 493

Utilité de cette recherche pour la réſiſtance des fluides, idem

Les oſcillations des pendules dans l'eau préſentent le moyen le plus ſimple, pour déterminer le fluide entrainé avec différens corps, 494

Loi des oſcillations d'un pendule dans un

Paragraphes.

fluide, en n'ayant d'abord égard qu'à la perte de gravité du mobile, 495

La réſiſtance que le mobile éprouve dans le fluide, n'influe pas ſenſiblement ſur la durée des oſcillations, mais ſeulement ſur leur amplitude, 496 497

Rectification de la formule des oſcillations, en ajoutant à la maſſe du mobile celle du fluide entraîné, 498

Tableau d'expériences ſur la longueur du pendule, & les tems des oſcillations de différens globes plongés dans l'eau, 499

Obſervations ſur la valeur du fluide entraîné, déduite de ces expériences; le mouvement circulaire diminue le fluide entraîné, 500—503

Suite de la loi des oſcillations des pendules dans un fluide, 504

Des oſcillations des pendules ſuſpendus par deux fils, 505

Préparation à d'autres expériences, pour découvrir la quantité de fluide entraîné par des ſurfaces minces, & différens corps priſmatiques ou pyramidaux, 506

Tableau d'expériences ſur les oſcillations de ces différens corps dans l'eau, 507

Liaiſon des réſultats de ces expériences avec les effets des primes & des non-preſſions, 508

Formule qui exprime la valeur du fluide entraîné par des preſſions de toute longueur : comparaiſon de ſes réſultats à ceux de la théorie, 509—512

CHAP. VIII. *Conſidérations ſur les réſiſtances qu'é-*

prouvent des corps terminés par des surfaces obliques, rectilignes ou courbes, pour se mouvoir dans un fluide. Page 259.

Paragraphes.

De la différence des effets entre les réſiſtances directes & obliques. Comment on peut juger de la déviation des filets & des réſiſtances obliques par les valeurs du fluide entraîné, 513 517

Meſure du fluide entraîné par la ſphère dans un mouvement rectiligne, 518

Comparaiſon du fluide entraîné par une ſurface mince, une ſphère & différens cônes de même baſe, avec les réſiſtances de ces corps, 519 520

Application qu'on peut faire de ces réſultats à la recherche du ſolide de moindre réſiſtance, & à la forme des vaiſſeaux, 521

Pour les ſolides de révolution ſans parties cylindriques, les réſiſtances paroiſſent proportionnelles à l'inverſe du quarré du fluide entraîné, 522

Rapport de la réſiſtance de la ſphère à celle de ſon grand cercle iſolé, & à celle de différens corps priſmatiques, ayant des baſes égales au grand cercle de la ſphère, & des longueurs variées, 523 524

Intenſité de la réſiſtance de la ſphère, déduite de ces nouvelles vues, 525

Examen des expériences de M. le Chevalier de Borda ſur la réſiſtance d'une ſphère mue circulairement dans l'eau, 526

Le mouvement circulaire qui diminue le fluide entraîné (501) augmente la réſiſtance, 527

Paragraphes.

Calcul des expériences de Newton sur la chûte des globes dans l'eau, en comprenant dans la masse en mouvement celle du fluide entraîné, 528 529

Elles donnent pour la sphère la même intensité de résistance que nous avons trouvée (525), 530

SECTION II.

De la résistance de l'air, & du rapport de la résistance dans différens fluides.

Les lois générales de la résistance sont les mêmes pour différens fluides, §. 531.

CHAP. I. *Mesure du fluide entraîné pour les corps qui se meuvent dans l'air : formule du mouvement d'oscillation.* Page 282.

Preuve directe de l'existence des proues & des poupes fluides, 532

Expériences pour déterminer la mesure du fluide entraîné par les globes mus dans l'air: son volume paroît le même que dans l'eau, 533 534

Formule d'approximation pour déterminer les amplitudes des oscillations d'un pendule dans un fluide, 535 536

Le fluide entraîné modifie ses amplitudes. Conditions nécessaires pour que son action soit proportionnelle à la résistance, 537

CHAP. II. *Rapport des résistances dans un fluide, relativement aux vitesses & aux surfaces d'un globe qui se meut.* Page 289.

Un pendule éprouve plus de résistance à

Paragraphes.

ofciller librement dans un fluide, qu'en iſolant chaque oſcillation. Expérience ſur une ſuite d'oſcillations d'un globe dans l'eau, priſes une à une, 538

Accord de ces réſultats avec la formule, 539

En ayant égard à l'effet du fluide entraîné, on trouve les réſiſtances proportionnelles aux ſurfaces, 540 541

Les mêmes effets s'obſervent dans l'air: on y a fait une expérience ſemblable à la précédente, avec un globe très-léger, 542

Réſumé de quelques expériences ſur le nombre d'oſcillations néceſſaire pour que des globes peſans perdent dans l'air la même quantité de mouvement, 543 544

Méthode pour tenir compte de la réſiſtance des fils de ſuſpenſion, 545 546

Différentes ſurfaces mues circulairement dans un fluide, à la même longueur de rayon, & par un mouvement continu, paroîtront indiquer la réſiſtance en plus grande raiſon que les ſurfaces, 547

CHAP. III. *Comparaiſon des réſiſtances de l'air & de l'eau; rapport des denſités de ces deux fluides.* Page 300.

Méthode de déterminer le rapport des denſités de l'air & de l'eau, par les denſités de deux pendules de même diamètre, perdant la même quantité de mouvement dans les deux fluides, 548

On peut employer toute autre méthode, pourvu que des corps ſemblables ſoient mus de la même manière dans les deux

Paragraphes.

fluides. On peut conclure des expériences de M. le Chevalier de Borda, sur des globes mus circulairement, que les réſiſtances de l'air & de l'eau ſont comme leurs denſités, 549

Calcul des expériences du Docteur Deſaguillers & de Newton ſur la chûte des globes dans l'air, avec des viteſſes moindres que 32 pieds, en comprenant dans la maſſe en mouvement celle du fluide entraîné, 550

Il réſulte de ces expériences que les réſiſtances de l'air ſuivent les mêmes lois que celles de l'eau, & ſont diminuées en raiſon des denſités, 551

La chûte des corps dans l'air eſt très-propre à indiquer les variations de la réſiſtance, relativement à la figure des corps, 552

Calculs ſur l'étendue de la ſurface qu'un homme pourroit s'adapter, pour tomber d'une grande hauteur dans l'air ſans ſe bleſſer, 553

Application de ces nouvelles vues à l'effort du vent contre les voiles d'un vaiſſeau: l'effort contre une ſurface oblique iſolée eſt bien différent de ce qu'on le concluroit par la théorie ordinaire, 554

Néceſſité & moyen de faire des expériences à cet égard. L'intervalle entre des voiles ſituées ſur le même plan peut augmenter l'effort total, 555 556

CHAP. IV. *Des variations dans l'intenſité de la réſiſtance des fluides, & principalement de l'air,*

Paragraphes.

depuis les mouvemens lents, jusqu'aux plus rapides. Page 316.

Dans les petites viteſſes les preſſions diminuent moins que les quarrés des viteſſes; elles ſuivent exactement ce rapport, pour des viteſſes conſidérables. Les non-preſſions augmentent toujours en plus grande raiſon que les quarrés des viteſſes, juſqu'à ce qu'il ſe forme un vide derrière le corps, par la rapidité du mouvement, 558—560

Formule pour les non-preſſions des globes mus dans l'air, & pour les réſiſtances avec des viteſſes qui excèdent 23 pieds; avec des viteſſes moindres, elles ſont ſenſiblement comme leurs quarrés, 561

Calcul des expériences de Newton ſur la chûte des globes de verre dans l'air, avec des viteſſes qui excèdent 23 pieds, 562

Accord des réſultats de ces expériences & de la formule, 563

Expériences de M. Robins ſur des balles mues dans l'air avec des viteſſes de plus de 200 pieds. Accord de ſes réſultats avec ceux de la formule. Autres expériences du même auteur, avec des balles dont la viteſſe excède 1360 pieds, 564 565

A ce terme il ſe forme nn vide derrière les globes mus dans l'air; la non-preſſion eſt alors conſtante; & les réſiſtances commencent à croître en moindre raiſon que le quarré des viteſſes, 566

Expreſſion de cette loi, & ſa conformité avec les dernières expériences de M. Robins, 567 568

Paragraphes.

Application de ces effets aux corps prismatiques & aux mouvemens rapides dans l'eau, 569

Utilité de ces nouvelles vues pour l'artillerie, sur-tout lorsqu'on aura trouvé le moyen de connoître exactement la vitesse initiale du boulet, 570

CHAP. V. *Considérations sur quelques objets relatifs à la résistance des fluides. Conclusion de cet Ouvrage.* Page 331.

Usage d'un tube recourbé, pour mesurer la vitesse des eaux courantes. Description du tube recourbé de M. Pitot. Manière de rectifier cet instrument, pour qu'il indique la vitesse des eaux courantes, 572 573

Expérience de M. Pitot avec son tube recourbé, adapté à un bateau qui remontoit la Seine à la voile, 574

Examen de cette expérience, d'après nos vues qu'elle confirme. Observations sur la mesure des pressions & des non-pressions, quand le corps & le fluide se meuvent à la fois, 575

De la résistance que les canaux étroits opposent au mouvement des bateaux. Une partie de l'eau déplacée par le bateau fuit en avant de lui, & une autre repasse à l'arrière. Du remou que cet effet occasionne en avant; du défaut de pression sur le derrière; de l'inclinaison que prend le bateau; du frottement de l'eau contre ses parois & celles du canal, 576—578

Formule qui exprime le rapport des résis-

tances

Paragraphes.

tances d'un même bateau dans un fluide indéfini, & dans un canal étroit, 579

Accord des réſultats de cette formule avec ceux des expériences faites à l'Ecole Militaire par pluſieurs Académiciens, 580 581

Diſtance à laquelle ſe fait ſentir la réſiſtance qu'éprouve un corps entièrement plongé dans l'eau, ou flottant à la ſurface. De la largeur néceſſaire dans ce dernier cas à la ſurface du canal, pour être cenſée indéfinie. Expériences à ce ſujet, 582 583

Loi du rapport des réſiſtances obliques dans un fluide indéfini & dans un canal étroit. Expériences qui la confirment, 584

Obſervations ſur les réſiſtances dans un canal fermé par les deux bouts, comme les canaux à écluſes, ſur les trains de bateaux, 585

Réſumé de tous ces principes par le calcul des réſiſtances qu'éprouveroient les bateaux de l'Eſcaut dans un canal donné, 586

Dimenſions néceſſaires à un canal, pour que ces bateaux s'y meuvent comme ſur un baſſin indéfini : ce ſont à-peu-près celles de l'Eſcaut, 587

Conſidérations ſur le choc de l'eau contre les ailes des roues de moulin, & ſur la manière de diſpoſer les courſiers des moulins. Eſſai d'une méthode pour aſſigner, d'après l'expérience, quelques règles ſimples ſur le choc de l'eau contre les roues, & facilement applicables à la pratique, 588—596

Paragraphes.

Les courſiers des moulins doivent être diſpoſés de manière à éviter la contraction & profiter de toute la hauteur de la chûte d'eau, 597
Concluſion de cet Ouvrage, 598

Fin de la Table des Matières.

FAUTES ESSENTIELLES

à corriger.

PREMIER VOLUME.

Pages lignes

58 30 $\sqrt{0,064977+1,6}$ *lif.* $\sqrt{0,064977+1,6}$

70 30 L.$\sqrt{b+1,6}$, *liſez* L.$\sqrt{b+1,6}$. Mêmes fautes aux pages 237 & 326.

72. 8. (198), *liſez* (11).

79. 23. puiſſances ; d'où naît la ſtabilité du lit, *liſez* puiſſances, d'où naît la ſtabilité du lit ;

95. 33. 42,9145, *liſez* 72,9145.

167. 16. *la quantité* 4*hl eſt hors du radical.*

179. 20. 0,9478, *liſez* 0,9748.

184. 13. $\frac{D}{(\sqrt{1-0,1}(\frac{297}{\sqrt{B}})-0,3}$ *lif.* $\frac{D}{1(\sqrt{1-0,1})(\frac{297}{\sqrt{B}}-0,3)}$

210. 26. 2G=724, *liſez* 2g=724.

id. 27. $\sqrt{2G}$ *liſez* $\sqrt{2g}$.

220. 3. la hauteur du reverſoir, *liſez* la hauteur près du reverſoir.

224. 11. $\left(\frac{V^2}{2G}+p\right)K^2-1$, *liſez* $\left(\frac{V^2}{2G}+p\right)(K^2-1)$

241. 27. *Après le mot* baſſins, *ajoutez* ſoit par de ſimples tenues d'écluſe.

Pages lignes

264. 13. $(\frac{1}{2}h)^{\frac{3}{2}}$, *lisez* $(\frac{1}{2}h)^{\frac{3}{2}}$).

274. 13. *Après le mot* acquise, *ajoutez* au dessus de l'écluse.

290. 2. *Au lieu du dénominateur* m^2n^2, *lisez* m^2-n^2.

320. 23. 100 toises, *lisez* 1000 toisés.

356. 12. $\frac{2g'}{2g}$, *lisez* $\frac{2g'}{2G}$.

384. 3. au dessus, *lisez* au dessous.

390. 29. parmi les formules, *lisez* En effet, parmi les formules.

404. 17. particulier, *lisez* quartier.

406. 6. sensiblement, *lisez* seulement.

407. 12. $n'ax$, *lisez* $n'a^2x$.

433. 14. $\frac{2P}{AD^2}$, *lisez* $\frac{2P}{AD^2}$.

Planche Ire, figure 3, *Placez la lettre* F *entre celles* A & C.

Planche III, figure 26, *ajoutez les lettres* M N *aux extrémités inférieures de la pompe.*

Nota. Il faut appliquer au §. 275, ce que nous avons dit à la fin du 250e; la partie de la pression de l'air, qui diminue la charge du jet, s'ajoute à celle du réservoir; connoissant l'une & l'autre charge, & l'aire des orifices, il est fa-

cile, d'après l'égalité des dépenses, de déterminer cette partie de la pression atmosphérique, qui empêche la formation du vide. La même observation peut aussi s'appliquer, avec quelques modifications, aux §§. 263 & 266 ; la dépense doit s'augmenter par le concours de la pression de l'air ; mais le *maximum* de vitesse & de hauteur pour le jet, n'en est pas moins tel que nous l'avons déterminé.

SECOND VOLUME.

Pages Lignes

18. 11. diamètre, *lisez* distance.

34. 16. inférieur, *lisez* intérieur.

82. 17. 61 pieds, *lisez* 60 pieds.

128. 24. lig. 14,77, *lisez* lv. 14,77.

216. 30. 1,253, *lisez* 1,856.

223. 2. *de la note*, $h'y$, exprime, *lisez* h' exprime.

236. 2. *de la note*, $\frac{1}{2}$, *lisez* $\frac{1}{3}$.

241. 23. V, *lisez* v.

271. 20. $(\frac{1+1,924}{0,705})$, *lisez* $(\frac{1+1,924}{0,705})^n$.

280. 11. ils, *lisez* elles.

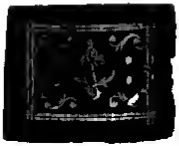
310. 26. & $\frac{2P}{SD(m+q)}\times$, *lisez* & $e=\frac{2P}{SD(m+q)}\times$.

Pages	lignes	
327.	28.	$\frac{h}{H}$ *lisez* $\frac{h_H}{H}$.
329.	29.	:: 61,40, *lisez* :: 61 : 40.
342.	14.	282, *lisez* 2,82.
352.	27.	la petite, *lisez* la plus petite.
353.	12.	*Après* $(V-v)^n$; *ajoutez* & le mouvement communiqué à ce poids, ou l'effet total de la machine par $v(V-v)^n$;

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences, du 25 Janvier 1786.

MM. l'Abbé BOSSUT & DE LA PLACE ayant rendu compte d'un Ouvrage intitulé *Principes d'Hydraulique, par M. le Chevalier Du Buat, Lieutenant-colonel au Corps Royal du Génie*, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de ſon Approbation, & d'être imprimé ſous ſon Privilège.

Je certifie cet extrait conforme aux Regiſtres de l'Académie. A Paris, ce 25 Janvier 1786.

Le Marquis DE CONDORCET, Sec. perp.

0056691695